

Chalmers Tekniska Högskola och Göteborgs Universitet
Matematik

Tentamen: Matematisk analys D
TMV170 och MAD120

Datum: 2007-08-27 **Tid:** 0830-1230 **Salar:** V

Förfrågningar: Oscar Marmon tel 0762-721860 , 0762-721861

Lösningar: Matematiskt centrum, vid datasal MV:F22

Betygsgränser Chalmers: Poäng 20, 30 resp 40, ger betyget 3, 4 resp 5.

Betygsgränser Universitet: Poäng 20 resp 35, ger betyget G resp VG.

Skrivningsvisning: Fredagen den 7/9 1200 - 1230. Rum L2073 MC.

Hjälpmedel:

- Högst en av formelsamlingarna Beta eller Physics handbook. Observera *inga* miniräknare.

Uppgift 1.

(a) Bestäm gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x}-1}{\sin(2x)} \quad (5p)$$

(b) Funktionen $G(x)$ definieras med hjälp av integralen nedan

$$G(x) = \int_0^{\cos^2 x} \sqrt{1+t^6} dt .$$

Ange derivatan $G'(x)$. (5p)

Uppgift 2.

I ett ortonormerat koordinatsystem O_{xy} roteras området

$$D = \{(x, y) : 0 \leq y \leq \sin(x^2) , 0 \leq x \leq \sqrt{\pi}\}$$

kring y -axeln. Bestäm volymen av den så erhållna rotationskroppen. Du bör nog välja att arbeta med s k cylindriska skal. (10p)

Uppgift 3. Bestäm alla rötter till den algebraiska ekvationen

$$z^4 = -16i \quad , \quad i^2 = -1$$

Rötterna skall ges på formen $a + ib$, där $a, b \in \mathbb{R}$. För enkelhetens skull tillåter vi att a och b är uttryck innehållande trigonometriska funktioner. (10p)

Uppgift 4. Bestäm lösningen till begynnelsevärdesproblemet

$$y'' + 3y' + 2y = \cos x \quad , \quad y(0) = 0 \quad , \quad y'(0) = 0 \quad , \quad t \geq 0 \quad (10p)$$

Uppgift 5. Betrakta nu nedanstående begynnelsevärdesproblem

$$t^2 y'' + ty' - 9y = 0 \quad , \quad y(1) = 0 \quad , \quad y'(1) = 1 \quad , \quad t \geq 1$$

Gör ansatsen $y = t^p$, där p är en konstant och bestäm den allmänna lösningen till ekvationen, innehållande två godtyckliga konstanter. Lös slutligen begynnelsevärdesproblemet. (10p)

Lycka till !