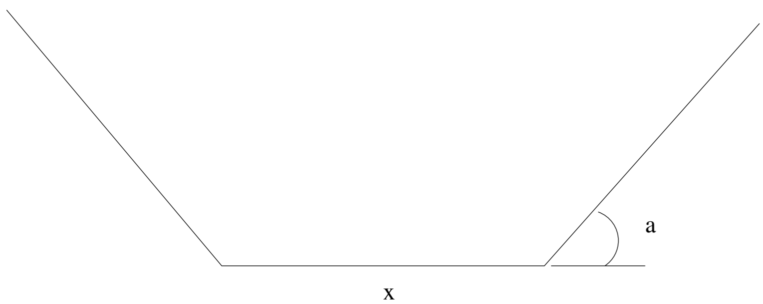
BONUSUPPGIFTER
Matematisk analys D.

De enda på kursen. Redovisning under läsvecka 6.

För uppgifterna nedan kan 4 bonuspoäng erhållas, 2 per uppgift, vilka tillgodoräknas Dig på tentan efter kursen. Redovisning göres i grupper om högst två, någon gång under läsvecka 6. Kontakta själva en handledare.

När ni redovisar skall ni vara väl förberedda, vilket speciellt betyder att ni skall ha alla uppgifterna helt aktuella, oberoende av när ni gjort dem. Alla grafiska figurer skall ha lämplig titel och eventuella koordinataxlar skall vara markerade med aktuell variabel och adekvata skalvärden skall finnas. Självfallet skall alla resultat kunna tolkas! *Båda skall medverka ungefär lika mycket vid redovisningen!*

Uppgift 1 En timmerränna har i genomskärning formen av en likbent parallelltrapets. Vid tillverkningen användes metallplåtar med bredden 6 m. Hur skall dessa bockas för att rännan skall rymma så mycket som möjligt?



(a) Ange tvärsnittsarean A som funktion av x och a.

(b) Se och utför Exempel/övning 4, veckoblad 5 innan ni gör (c).

(c) Tabellera arean A t ex för $x = 0 : 6/50 : 6$, $a = 0 : \pi/100 : \pi/2$ i *Matlab* och lägg värdena i en matris. Använd kommandona *mesh* och *contour* för att *grovt lokalisera maximipunkten* grafiskt.

(d) Vi skall nu bestämma maximipunkten och maximivärdet noggrannare med en färdig $Matlab$-rutin $fminunc$ - ge *help fminunc* och *type fminunc*. Börja med den första och enklaste varianten [X,FVAL]=FMINUNC(FUN,X0) För att bl a få en uppfattning om vilka feltoleranser som använts som 'default values' ge kommandot $optimset(@fminunc)$. Vill vi styra in rutinen efter våra egna önskemål, införes en tredje parameter - [X,FVAL]= FMINUNC(FUN,X0,OPTIONS) - som bestämmes med rutinen *optimset*. Ändra t ex felparametern TOLX till 10^{-8}, med

$$option = optimset('tolx', 1e-8)$$

och kör på nytt. Jämför resultaten i de båda körningarna!

Tänk på att $fminunc$ minimerar. Låt den därför verka på $-A$ för att få maximipunkten.

Lägg märke till att $Matlab$ använder stora bokstäver på $namn$ i dokumetationer *endast* för att dessa skall särskiljas lättare av läsaren. Det är brukligt att låta 'alla' vektorer vara kolonnvektorer i *Matlab*.

Uppgift 2 Produktionsplanering, optimeringsproblem

I en fabrik tillverkas två produkter P_1 och P_2 av två råvaror R_1 och R_2. De senare finns tillgängliga med högst 1000 respektive 250 enheter per vecka.

Produktionen av en enhet P_1 kräver 1.0 enhet R_1 samt 0.2 enheter R_2. Produktionen av en enhet P_2 kräver 0.5 enheter R_1 samt 0.5 enheter R_2. Åtgången av R_1 och R_2 kallas u_1 resp u_2, vilka kan uttryckas i x_1 och x_2, som är antal enheter man säljer av P_1 respektive P_2 per vecka. Vi får $u_1 = x_1 + 0.5x_2$. Vad blir $u_2 =$?

En enhet R_1 kostar $k_1 = 0.375 - 5 \cdot 10^{-5} u_1$,och en enhet R_2 kostar $k_2 = 0.75 - 10^{-4} u_2$.

Priset man kan få för varorna P_1 och P_2 är

$$p_1 = 2.00 - 0.0005x_1 - 0.00015x_2$$

$$p_2 = 3.50 - 0.0002x_1 - 0.0015x_2$$

Hur skall man producera för att maximera vinsten?

(a) Formulera uppgiften matematiskt, i x_1 och x_2, det blir ett s k QP-problem(Quadratic Programming). Se lite på Matlabrutinen *quadprog* redan nu för att se vilken struktur formuleringen skall ha. Vi får direkt att vinsten per vecka blir

$$vinst = x_1 p_1 + x_2 p_2 - (u_1 k_1 + u_2 k_2)$$

Med hjälp av ett symbolbehandlande matematikprogram exempelvis *Mathematica* fås nu lätt

$$vinst = 10^{-4} \cdot (-4.46x_1^2 - 2.8x_1 x_2 - 14.6x_2^2) + 1.475x_1 + 2.9375x_2$$

Glöm ej att formulera de s k bivillkoren: Råvarubegränsningarna och icke-negativa produktionsantal.

(b) Använd nu den ovan nämnda rutinen *quadprog* för att med numerisk metod bestämma optimal produktion och motsvarande vinst per vecka. Tänk på att *quadprog* minimerar, vilket innebär att du bör 'mata in' $-vinst$ för att erhålla den önskade maximipunkten. **Det finns mera hjälp på kurssidan**.

Allmänt innebär optimering att man försöker utnyttja begränsade resurser på ett i någon mening bästa sätt. Exempelvis vinstmaximering, kostnadsminimering, produktionsplanering inom ekonomi och organisation. Inom teknik t ex minimering av materialåtgång under givna hållfasthetsegenskaper. Ytterst handlar det således ofta om pengar. När skall man månne tänka på sådana? Dr Samuel Johnson ger oss svaret: *'If you have no money you should think of nothing but money, but if you have money you should never think of money'.*