

Chalmers Tekniska Högskola och Göteborgs Universitet
Matematik

Tentamen: Matematisk analys D
TMV170 och MAD120

Datum: 2007-03-16 **Tid:** 0830-1230 **Salar:** VV

Förfrågningar: tel 0762-721860 , 0762-721861

Lösningar: Kommer att finnas på nätet
www.math.chalmers.se/~goran/Danalys

Betygsgränser Chalmers: Poäng 20, 30 resp 40, ger betyget 3, 4 resp 5.

Betygsgränser Universitet: Poäng 20 resp 35, ger betyget G resp VG.

Skrivningsvisning: Se kurssidan den 26/3.

Hjälpmedel:

- Högst en av formelsamlingarna Beta eller Physics handbook. Observera *inga* miniräknare.

Uppgift 1.

(a) Bestäm gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \cos x - \sin x}{x^2} \quad (5p)$$

(b) Funktionen $F(x)$ definieras med hjälp av integralen nedan

$$F(x) = \int_0^{\sin x} \sqrt{1+t^4} dt .$$

Ange derivatan $F'(x)$. (5p)

Uppgift 2.

I ett ortonormerat koordinatsystem O_{xy} roteras området

$$D = \{(x, y) : 0 \leq y \leq \sin x, 0 \leq x \leq \pi\}$$

kring x -axeln. Bestäm volymen av den så erhållna rotationskroppen. (10p)

Uppgift 3. Betrakta den algebraiska ekvationen

$$p(z) = z^4 - 2z^3 + 4z^2 - 2z + 3 = 0$$

och visa att $p(i) = 0$, där $i^2 = -1$. Ange därefter alla rötterna till ekvationen. (10p)

Uppgift 4.

(a) Nu ser vi på ett begynnelsevärdesproblem

$$(1 + t^2)y' = e^{-y} \quad , \quad y(0) = 0 \quad , \quad t \geq 0$$

Ange lösningen $y(t)$ uttryckt i t . (5p)

(b) Bestäm den allmänna lösningen till differentialekvationen

$$y'' + 3y' + 2y = e^{-3t}. \quad (5p)$$

Uppgift 5. Vi ser nu på ännu ett begynnelsevärdesproblem med en differentialekvation av något annorlunda utseende än vi sysslat med tidigare

$$y' + y = -y^2 \cdot e^t \quad , \quad y(0) = 1 \quad , \quad t \geq 0$$

Gör ett variabelbyte $y(t) = z(t)^p$ och bestäm en konstant $p \neq 0$, så att den erhållna ekvationen för z blir av sådan typ, att du kan lösa den symboliskt.

Ange lösningen $y(t)$ till begynnelsevärdesproblemet. (10p)

Lycka till !