

Chalmers Tekniska Högskola och Göteborgs Universitet
Matematik

Tentamen: Matematisk analys D
TMV170 och MMG D30

Datum: 2008-03-14 Tid: 0830-1230 Salar: M

Förfrågningar: tel 0762-721860 , 0762-721861

Lösningar: Kommer att finnas på nätet
www.math.chalmers.se/~goran/Danalsys

Betygsgränser Chalmers: Poäng 20, 30 resp 40, ger betyget 3, 4 resp 5.

Betygsgränser Universitet: Poäng 20 resp 35, ger betyget G resp VG.

Skrivningsvisning: Se kurshemsidan.

Hjälpmedel:

- Högst en av formelsamlingarna Beta eller Physics handbook. Observera *inga* miniräknare.

Uppgift 1.

(a) Bestäm gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x) - 1}{\sin^2(2x)} \quad (5p)$$

(b) Funktionen $G(x)$, för $0 \leq x \leq \pi$, definieras med hjälp av integralen nedan

$$G(x) = \int_0^{\cos x} \sqrt{1-t^2} dt .$$

Ange andra derivatan $G''(x)$ i det aktuella intervallet. (5p)

Uppgift 2.

I ett ortonormerat koordinatsystem O_{xy} roteras området

$$D = \{(x, y) : 0 \leq y \leq x\sqrt{\sin(x^3)}, 0 \leq x \leq \pi^{\frac{1}{3}}\}$$

kring x -axeln. Bestäm volymen av den så erhållna rotationskroppen. (10p)

Anm. Om Du endast anger volymen som en bestämd integral, kan Du få högst 5 poäng.

Uppgift 3. Betrakta funktionen

$$x \rightarrow f(x) = \frac{1}{(\arctan(x))^2 + 2 \arctan(x) + 1}$$

som vi låter vara definierad för $x \geq 0$.

Visa att $f(x)$ är inverterbar, observera att $x \geq 0$, och uttryck inversen $f^{-1}(x)$ med hjälp av våra elementära funktioner. (10p)

Uppgift 4. Den reella parametern a i den algebraiska ekvationen

$$z^4 - 2z^3 + az^2 - 8z + 8 = 0$$

kan bestämmas så att $1 + i$, där $i^2 = -1$, blir en rot. Ange detta a -värde och dessutom samtliga rötter till motsvarande ekvation. (10p)

Uppgift 5.

(a) Ange lösningen till begynnelsevärdesproblemet

$$y' + \frac{2}{t}y = e^{t^3} \quad , \quad t \geq 1 \quad , \quad y(1) = 0 \quad (5p)$$

(b) Bestäm den allmänna reellvärda lösningen, $y(t)$, till differentialekvationen

$$y'' + 4y = 2e^{-t}. \quad (5p)$$

Lycka till !