

MATEMATIK

Chalmers tekniska högskola och Göteborgs universitet

Tentamen i Matematisk analys TMV170/MMGD30, 2017-06-07, TID(8.30-12.30)

Tillåtna hjälpmedel: BETA, inga räknare

Telefonvakt: Raad Salman, ankn 5325

Besökstider: ca 9.30 och 11.30

OBS: Ange linje samt personnummer och namn på omslaget.
Ange kod på *varje* inlämnat blad.
Motivera dina svar väl. Det är i huvudsak beräkningarna och motiveringarna som ger poäng, inte svaret. Skriv tydligt.
För godkänt krävs minst 20 poäng sammanlagt.

1. Beräkna derivatan av funktionerna

$$f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2}x^{2x}\right)$$

och

$$g(x) = \int_{x^2}^2 (\ln t)^5 dt$$

samt beräkna $f'(1)$ och $g'(e)$. Förenkla så långt som möjligt.

(3+3p)

2. Lös differentialekvationen

$$\begin{cases} y' = \frac{y}{x}, & x > 0 \\ y(1) = 2 \end{cases}$$

(6p)

3. Lös differentialekvationen

$$\begin{cases} y'' + 2y' + y = xe^x \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

(7p)

4. Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} - \frac{1}{x^2} \right).$$

(6p)

V.G.V.

5. Avgör för vilka $p \in \mathbb{R}$ som integralen

$$\int_0^{\infty} \frac{1 - \frac{1}{2} \cos x}{(x^2 + 1)^p} dx$$

konvergerar och för vilka p som integralen divergerar.

(5p)

6. Bestäm volymen av den rotationskropp som uppstår då området, som begränsas av grafen till

$$f(x) = \frac{1}{(1+x)\sqrt{x+2}}, \quad x \in [1, 2],$$

x -axeln samt linjerna $x = 1$ och $x = 2$, roterar kring x -axeln.

(8p)

7. Sätt

$$z = a + i, \quad a \in \mathbb{R}.$$

Bestäm alla $a \in \mathbb{R}$ för vilka

$$\frac{4\operatorname{Re} z}{|z|^2} = 1.$$

(5p)

8. Lös differentialekvationen

$$\begin{cases} y' = \sqrt{1 + y^2} \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

(7p)

Information om när tentan är färdiggrättad och tid för visning av tentan hos föreläsaren kommer att lämnas på kurshemsidan. När resultaten är registrerade i Ladok kommer ett e-brev.

LYCKA TILL!

PK