

## MATEMATIK

Chalmers tekniska högskola och Göteborgs universitet

Tentamen i Matematisk analys TMV170/MMGD30, 2017-08-22, TID(8.30-12.30)

Tillåtna hjälpmedel: BETA, inga räknare

Telefonvakt: Raad Salman, ankn 5325

Besökstider: ca 9.30 och 11.30

---

**OBS:** Ange linje samt personnummer och namn på omslaget.  
Ange kod på *varje* inlämnat blad.  
Motivera dina svar väl. Det är i huvudsak beräkningarna och motiveringarna som ger poäng, inte svaret. Skriv tydligt.  
För godkänt krävs minst 20 poäng sammanlagt.

---

1. Beräkna derivatan av funktionerna

$$f(x) = x^{\cos^2 x}$$

och

$$g(x) = \int_{x^2}^x \frac{e^t}{t} dt$$

samt beräkna  $f'(\pi)$  och  $g'(2)$ . Förenkla så långt som möjligt.

(3+3p)

2. Lös differentialekvationen

$$\begin{cases} y' \sqrt{1+x^2} = xy^3 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

(7p)

3. Lös differentialekvationen

$$\begin{cases} y'' + y = \sin 2x \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

(6p)

4. Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^x - 1}{x \ln x}.$$

(6p)

5. Avgör för vilka  $p \in \mathbb{R}$  som integralen

$$\int_0^{\infty} \frac{\sqrt{x}}{(x^3 + 1)^p} dx$$

konvergerar och för vilka  $p$  som integralen divergerar.

(5p)

6. Bestäm volymen av den rotationskropp som uppstår då området, som begränsas av grafen till

$$f(x) = \frac{1}{(2+x)\sqrt{x+1}}, \quad x \in [0, 1],$$

$x$ -axeln samt linjerna  $x = 0$  och  $x = 1$ , roterar kring  $x$ -axeln.

(8p)

7. Sätt

$$z = a + i, \quad a \in \mathbb{R}.$$

Bestäm alla  $a \in \mathbb{R}$  för vilka

$$\frac{2\operatorname{Im} z}{|z|^2} = \operatorname{Re} z.$$

(5p)

8. Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^{-3} \left( \int_0^1 \frac{\sin xt}{t} dt - x \right).$$

(7p)

Information om när tentan är färdiggrättad och tid för visning av tentan hos föreläsaren kommer att lämnas på kurskansliet. När resultaten är registrerade i Ladok kommer ett e-brev.

LYCKA TILL!

PK