

MATEMATIK

Chalmers tekniska högskola och Göteborgs universitet

Tentamen i Matematisk analys TMV170/MMGD30, 2018-03-15, TID(14.00-18.00)

Tillåtna hjälpmedel: BETA, inga räknare

Telefonvakt: Adam Malik, ankn 5325

Besökstider: ca 15.00 och 17.00

OBS: Ange linje samt personnummer och namn på omslaget.
Ange kod på *varje* inlämnat blad.
Motivera dina svar väl. Det är i huvudsak beräkningarna och motiveringarna som ger poäng, inte svaret. Skriv tydligt.
För godkänt krävs minst 20 poäng sammanlagt.

1. Beräkna derivatan av funktionerna

$$f(x) = \arctan\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$$

och

$$g(x) = \int_1^{\ln x} e^{t^2} dt$$

samt beräkna $f'(0)$ och $g'(e)$. Förenkla så långt som möjligt.

(3+3p)

2. Lös differentialekvationen

$$xy' \cos y + \sin y = 0, \quad 0 < x, \quad 0 < y < \frac{\pi}{2}.$$

(6p)

3. Lös differentialekvationen

$$\begin{cases} y'' + 2y' + y = e^x(1+x^2) \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

(7p)

4. Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}}.$$

(6p)

V.G.V.

5. Avgör för vilka $p \in \mathbb{R}$ som integralen

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{(x^p + 1)^3} dx$$

konvergerar och för vilka p som integralen divergerar.

(5p)

6. Beräkna

$$\int_0^1 \frac{1}{(1+x^2)^2(x+1)} dx.$$

(8p)

7. Sätt

$$z = (\sqrt{3} - i)^{50} \cdot (1 - i\sqrt{3})^{30}.$$

Bestäm kvoten

$$\frac{\operatorname{Re} z}{\operatorname{Im} z}.$$

(4p)

8. Sätt

$$f(x) = \frac{1}{1+x^2}.$$

Låt P vara punkten med x -koordinaten $h > 0$ på kurvan $y = f(x)$, och R punkten $(0, f(0))$. Beteckna med $B(h)$ arean av den axelparallella rektangeln PQRS där S är punkten $(0, f(h))$. Låt $A(h)$ beteckna arean av området i PQRS som ligger under grafen till f . Bestäm

$$\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{A(h)}{B(h)}.$$

(8p)

Information om när tentan är färdiggrättad och tid för visning av tentan hos föreläsaren kommer att lämnas på kurshemsidan. När resultaten är registrerade i Ladok kommer ett e-brev.

LYCKA TILL!

PK