

MATEMATIK

Chalmers tekniska högskola och Göteborgs universitet

Tentamen i Matematisk analys TMV170/MMGD30, 2018-06-05, TID(14.00-18.00)

Tillåtna hjälpmedel: BETA, inga räknare

Telefonvakt: ankn

Besökstider: ca 15.00 och 17.00

OBS: Ange linje samt personnummer och namn på omslaget.
Ange kod på *varje* inlämnat blad.
Motivera dina svar väl. Det är i huvudsak beräkningarna och motiveringarna som ger poäng, inte svaret. Skriv tydligt.
För godkänt krävs minst 20 poäng sammanlagt.

1. Beräkna derivatan av funktionerna

$$f(x) = \frac{2 + \arctan x}{2 - \arctan x}$$

och

$$g(x) = \int_{\ln x}^{\ln x^2} \frac{\sin t}{t} dt$$

samt beräkna $f'(1)$ och $g'(e)$. Förenkla så långt som möjligt.

(3+3p)

2. Lös differentialekvationen

$$(x^2 + 4)y' + 4xy = x.$$

(6p)

3. Lös differentialekvationen

$$\begin{cases} y'' + 4y' + 13y = 5e^{-7x} \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

(7p)

4. Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - \sin^2 x}{x^2 - \tan^2 x}.$$

(6p)

V.G.V.

5. Avgör för vilka $p \in \mathbb{R}$ som integralen

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{(x+1)^p \cdot (\frac{1}{x}+1)^p} dx$$

konvergerar och för vilka p som integralen divergerar.

(6p)

6. Beräkna

$$\int_0^1 \frac{3+x+2x^2+x^4}{(1+x^2)^2(2+x)} dx.$$

(8p)

7. Beräkna absolutbeloppet för

$$1 + \cos \theta + i \sin \theta, \quad \theta \in \mathbb{R}.$$

(3p)

8. Sätt

$$f(x) = \frac{1}{1+x^2}.$$

Låt P vara punkten med x -koordinaten $h > 0$ på kurvan $y = f(x)$, och R punkten $(0, f(0))$. Beteckna med $B(h)$ arean av den axelparallella rektangeln PQRS där S är punkten $(0, f(h))$. Låt $A(h)$ beteckna arean av området i PQRS som ligger under grafen till f . Bestäm

$$\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{A(h)}{B(h)}.$$

(8p)

Information om när tentan är färdiggrättad och tid för visning av tentan hos föreläsaren kommer att lämnas på kurshemsidan. När resultaten är registrerade i Ladok kommer ett e-brev.

LYCKA TILL!

PK