

MATEMATIK

Chalmers tekniska högskola och Göteborgs universitet

Tentamen i Matematisk analys TMV170/MMGD30, 2018-08-28, TID(8.30-12.30)

Tillåtna hjälpmedel: BETA, inga räknare

Telefonvakt: Mattias Lennartsson, ankn 5325

Besökstider: ca 9.30 och 11.30

OBS: Ange linje samt personnummer och namn på omslaget.
Ange kod på *varje* inlämnat blad.
Motivera dina svar väl. Det är i huvudsak beräkningarna och motiveringarna som ger poäng, inte svaret. Skriv tydligt.
För godkänt krävs minst 20 poäng sammanlagt.

1. Beräkna derivatan av funktionerna

$$f(x) = \tan(2 \arctan(3x))$$

och

$$g(x) = \int_{\cos x}^{\sin x} e^{t^2} dt$$

samt beräkna $f'(0)$ och $g'(\frac{\pi}{2})$. Förenkla så långt som möjligt.

(3+3p)

2. Lös för $x > 0$ differentialekvationen

$$(x^2 + x)y' + y = y^2.$$

(6p)

3. Lös differentialekvationen

$$\begin{cases} y'' - 7y' + 6y = \sin x \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

(7p)

4. Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(a + be^x)}{\sqrt{c + dx^2}}$$

där b och $d > 0$.

(4p)

V.G.V.

5. Avgör för vilka $p \in \mathbb{R}$ som integralen

$$\int_0^1 \frac{x^p}{\sin(x^2)} dx$$

konvergerar och för vilka p som integralen divergerar.

(6p)

6. Beräkna

$$\int_0^2 \frac{x^4 + 1}{(4 + x^2)^2} dx.$$

(8p)

7. Beräkna det största värde som

$$\left| \frac{1}{z + 2 + i} \right|$$

antar då det komplexa talet z ligger på den räta linje som i det komplexa talplanet går genom punkterna 3 och $3i$.

(5p)

8. Sätt

$$f(x) = \frac{1}{1 + x^2}.$$

Låt P vara punkten med x -koordinaten $h > 0$ på kurvan $y = f(x)$, och R punkten $(0, f(0))$. Beteckna med $B(h)$ arean av den axelparallella rektangeln PQRS där S är punkten $(0, f(h))$. Låt $A(h)$ beteckna arean av området i PQRS som ligger under grafen till f . Bestäm

$$\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{A(h)}{B(h)}.$$

(8p)

Information om när tentan är färdigrättad och tid för visning av tentan hos föreläsaren kommer att lämnas på kurshemsidan. När resultaten är registrerade i Ladok kommer ett e-brev.

LYCKA TILL!

PK