

Tentamensskrivning, exempel Matematisk analys TMV170/MMGD30

Uppgifterna ger maximalt 6 poäng utom Uppgift 1 som kan ge 8 poäng.

1. (a) Formulera integralkalkylens huvudsats. (2 p)
(b) Bevisa den. (4 p)
(c) Bestäm derivatan av $f(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt$. (2 p)

2. Beräkna
(a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 2x^2 - 3x}{x^2 - 1}$ och (b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x^2}{10 \ln 2x}$.

3. Beräkna $\int_0^{\infty} \sqrt{x} e^{-\sqrt{x}} dx$.

4. Bestäm största och minsta värdet till funktionen $x^3 - 12|x| + 1$ på det slutna intervallet $[-1, 3]$.

5. Bestäm lokala extrempunkter och asymptoter till kurvan

$$y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$$

och skissera kurvan.

6. Funktionen $y(x)$ uppfyller ekvationen $(x - 1)y^3 + y^2 - xy = 0$ och man vet att $y(1) > 0$. Bestäm $y'(1)$.

7. Lös begynnelsevärdesproblemet

$$\begin{cases} y'' + 4y = 4x^2 - 4x + 10 \\ y(0) = 3, y'(0) = 1 \end{cases} .$$

8. Bestäm gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \int_1^x t \sin \frac{1}{t} dt .$$

Vänd!

Här kommer några typiska tentauppgifter till. (De är lite åt det svåra hållet och skulle hamna som uppgift 6-8 om det var skarpt läge.)

- (a) Beräkna derivatan av

$$x^{\ln x}$$

då $x > 0$.

- (b) Ett hus med direktverkande eluppvärmning har innertemperaturen 22° . Någon gång under natten blir det elavbrott. Klockan 8.00 var temperaturen 20° och klockan 9.00 hade den sjunkit ytterligare till 19° . Yttertemperaturen var hela tiden 10° . När inträffade elavbrottet?

Antag att temperaturen uppfyller Newtons avsvåningslag, dvs. att den hastighet som hustemperaturen minskar med är proportionell mot skillnaden mellan inner och yttertemperatur.

(Du får svara med typ ” a timmar före 8.00”, där a uttrycks med elementära funktioner.)

- (c) Bestäm

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1 + \sin x}{1 + x^2} dx .$$