

Tentamen, Matematisk analys, TMV170/MMGD30
Torsdag den 21 mars 2019, 14⁰⁰ – 18⁰⁰

Varje uppgift ger maximalt 6 poäng utom uppgift 1 som kan ge 8 poäng.

- (a) Ge definitionen av att $f(x)$ är deriverbar i punkten a .
(b) Formulera produktregeln för derivering.
(c) Bevisa den.
- Beräkna den generaliserade integralen

$$\int_0^{\infty} e^{-\sqrt{x}} dx .$$

- Lös begynnelsevärdesproblemet

$$\begin{cases} y'(x) - \frac{x}{1+x^2}y(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \\ y(0) = 1 \end{cases} .$$

- Bestäm lokala extrempunkter och asymptoter till kurvan

$$y = \frac{x^3}{x^2 - 3}$$

och skissera kurvan.

- Bestäm den allmänna lösningen till differentialekvationen

$$y''(x) - 3y'(x) + 2y(x) = e^x .$$

Var god vänd.

6. Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin(x) - \sin(3x)}{\arctan(3x) - 3 \arctan(x)} .$$

Hjälp?: Du får använda att Taylorutvecklingen av $\arctan x$ av grad fem är

$$\arctan(x) = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + O(x^7), x \rightarrow 0 .$$

7. Skissera det område i planet som ges av olikheterna $|x| \leq y \leq \sqrt{2 - x^2}$. Beräkna sedan volymen av den kropp som bildas då området

(a) roterar kring x -axeln,

(b) roterar kring y -axeln.

8. Visa att

$$\frac{\pi}{4} \leq \int_1^\infty \frac{dx}{x^2 + |\sin x|} \leq 1 .$$