

Tentamen, Matematisk analys, TMV170/MMGD30
Tisdag den 27 augusti 2019, 8³⁰ – 14³⁰

Varje uppgift ger maximalt 6 poäng utom uppgift 1 som kan ge 8 poäng.

- Vad är $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$?
(Du behöver inte bevisa ditt påstående.)
 - Vad är $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x^2}$?
(Du får använda svaret på (a) utan bevis.)
 - Bevisa att derivatan av $\sin x$ är $\cos x$.
(Du får använda svaren på (a) och (b) utan bevis.)

2. Beräkna

$$(a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 3x^2 - 4}{x^2 + 2x - 3} \quad \text{och} \quad (b) \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + x} - x.$$

3. Beräkna

$$\int_0^4 e^{\sqrt{x}} dx .$$

4. Lös begynnelsevärdesproblemet

$$\begin{cases} y''(x) + 4y'(x) + 4y(x) = e^{-x} \\ y(0) = y'(0) = 0 \end{cases} .$$

5. Beräkna arean som ligger till höger om parabeln $x = y^2 - 2$ och till vänster om linjen $x = y$.

6. Låt $f(x)$ vara den funktion som är definierad då $x \geq 0$ genom

$$f(x) = (2x + 1)e^{-x} .$$

Har $f(x)$ något största eller minsta värde? Bestäm i så fall det eller dessa.

Var god vänd.

7. Lös differentialekvationen

$$\begin{cases} \cos x y'(x) - \sin x y(x) = \sin x \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

i intervallet $|x| < \frac{\pi}{2}$.

8. Låt för $x > 0$, $F(x) = x \int_x^1 \frac{\cos t}{t^2} dt$. Bestäm $\lim_{x \rightarrow 0^+} F(x)$.