TMV165/185 Linjär algebra M och TD, vt 05
Vecko–PM läsvecka 2

Kapitel 2.1-2.5 Matrisalgebra

I kapitel 1 studerade vi först linjära ekvationssystem och införde då två matriser. Dels systemets koefficientmatris, dels den utvidgade matrisen, systemets totalmatris, där också högerleden inkluderas. Koefficientmatrisen kan också uppfattas som matrisen till en linjär avbildning. Det är detta synsätt som ligger till grund för behovet av andra räkneoperationer än multiplikationen $A\boldsymbol{x}$. Matrisaddition, $A + B$, motsvarar då addition av linjära avbildningar $T : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^m$ och $S : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^m$. Multiplikation av en matris med en skalär, cA, motsvarar avbildningen $cT : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^m$. Matrismultiplikation AB motsvara sammansättning av avbildningar. Matrisinvers motsvarar inversen till avbildningen.

I **2.1** definieras operationerna, räknelagar formuleras och härleds. Du skall behärska både definitionen av matrismultiplikation och rad-kolonn regeln för beräkning av produkten. Matristransponering kan inte motiveras enkelt med en operation på en avbildning men är av vikt trots det. Om $\boldsymbol{u}$ och $\boldsymbol{v}$ är vektorer i $\mathbb{R}^n$ är $\boldsymbol{u}^T\boldsymbol{v}$ skalärprodukten av vektorerna. Den transponerade matrisen används bl.a. i minstakvadrat-metoden. Målet i 2.1 är att kunna hantera de olika operationerna, veta vilka lagar som gäller och kunna bevisa att $A(BC) = (AB)C$. Viktigt att veta är också vad som *inte* gäller. Matrismultiplikationen är inte kommutativ. Annulleringslagen gäller *inte*, man kan alltså inte "förkorta": $AB = AC \not\Rightarrow B = C$. Se vidare varningstexten på sid 114 och motsvarande på sid 115..

I **2.2** definieras begreppet *inverterbar* matris. Målet är här att du skall kunna beräkna inversen till en matris med hjälp av sats 4 i fallet 2×2-matris och med metoden i exempel 7 i fallet $n \times n$-matris med $n > 2$. Du skall också kunna ge en av de två förklaringarna till att metoden ger den önskade matrisen.

Sats 8 i avsnitt **2.3** är mycket viktig då den kopplar samman de olika sätten att tänka om ekvationssystem, vektorekvationer och matrisekvationer som studerades i kapitel 1 med begreppet inverterbar matris. Gå igenom satsens bevis ordentligt, det ger en bra repetition av mycket av det du lärt hittills.

I **2.4** undersöks hur matrisoperationerna fungerar om matriserna är uppbyggda av mindre delmatriser, block.. Detta är relativt vanligt i tillämpningar och kan enkelt hanteras i t.ex. Matlab. Viktigt är att om två matriser har blockindelnin som gör operationerna möjlig så kan addition och multiplikation beräknas *som om blocken vore skalärer*. Blocken adderas eller multipliceras sedan "som vanligt".

LU-faktoriseringen i avsnitt **2.5** handlar om att lagra operationerna som leder till trappstegsformen av ett ekvationssystems koefficientmatris. Matrisen L innehåller operationerna, U är trappstegsformen.Exempel 2 illustrerar utmärkt hur det går till att skapa L i ett enkelt fall. Det är en god idé att gå tillbaka till sid 122 och läsa det mer detaljerade avsnittet om elementära matrise.

Rekommenderade uppgifter

(PP är förkortning av Practice problems. Här menas att du bör inleda med att göra alla dessa. Du hittar dem direkt före övningarna till respektive avsnitt.)

Avsnitt	Instuderingsuppgifter	Träningsuppgifter	Teoretiska uppgifter
2.1	PP, 1, 3, 5, 7	9	15, 16, 21, 22, 23, 24
2.2	PP, 1, 5,	7, 31, 32, 35	9, 10, 12, 13, 17, 21, 23
2.3	PP, 1, 3,		11, 12, 13, 15, 17, 21, 23
2.4	PP, 1, 5	9	13
2.5	PP, 1, 7, 9		21