TMV165/185 Linjär algebra M och TD, vt 05
Vecko–PM läsvecka 5

På grund av att onsdagsföreläsningen vecka 4 ”försvann” kan vi räkna med en viss förskjutning. På måndagsföreläsningen kommer kapitel 4.4 - 4.6 att behandlas, eventuellt behövs en del av tisdagsföreläsningen också. Det är inte säkert att kapitel 5 hinner behandlas i sin helhet under tisdags- och onsdagsföreläsningarna. Måndag läsvecka 6 kommer att ägnas åt återblick på kapitel 4 och det som ev. är kvar av kapitel 5. Summeringen av kapitel 5 och 6 kommer vecka 7.

Under vecka 5 prövar vi med färre övningsgrupper, närvaron har varit alltför låg för att motivera fem M-grupper. Vi använder salarna ML2-5 för M. TD påverkas inte av detta.

Lay: 4.7 Basbyte i vektorrum, 5.1-5.4, 5.7 Egenvärden och egenvektorer

I avsnitt 4.4 infördes koordinatvektorn $[\boldsymbol{x}]_{\mathcal{B}}$ för en vektor $\boldsymbol{x}$ relativt en bas $\mathcal{B}$. Målet i **4.7** är att beskriva sambandet mellan en vektors koordinatvektorer relativt två olika baser $\mathcal{B}$ och $\mathcal{C}$. **Sats 15** säger allt. Beteckningarna är lite jobbiga men samtidigt logiska. Basbytesmatrisen P som konverterar $\mathcal{B}$-koordinater till $\mathcal{C}$-koordinater betecknas ${}_{\mathcal{C}\xleftarrow{P}\mathcal{B}}$, logiskt då att pilen går från $\mathcal{B}$ till $\mathcal{C}$. Riktningen, från höger till vånster, motiveras om vi ser på upprepade koordinatbyten, först från $\mathcal{B}$ till $\mathcal{C}$ sedan från $\mathcal{C}$ till $\mathcal{D}$. det sammansatta koordinatbytet från $\mathcal{B}$ till $\mathcal{D}$ ges av matrisprodukten $Q \cdot P = {}_{\mathcal{D}\xleftarrow{Q}\mathcal{C}} \cdot {}_{\mathcal{C}\xleftarrow{P}\mathcal{B}}$.
En svårighet är att varje matris kan ha flera tolkningar. I avsnitt **5.4** införs begreppet avbildningsmatris för godtycklig linjär avbildning $V \to W$. Avbildningsmatrisen A överför koordinaterna för en vektor $\boldsymbol{x}$ i en viss bas för V till koordinaterna för *en annan vektor* $T(\boldsymbol{x})$ i en bas för W, $A[\boldsymbol{x}]_{\mathcal{B}} = [T(\boldsymbol{x})]_{\mathcal{C}}$. Basbytesmatrisen opererar på *olika koordinater för en och samma vektor*, $P[\boldsymbol{x}]_{\mathcal{B}} = [\boldsymbol{x}]_{\mathcal{C}}$. Den vänsterriktade pilen i ${}_{\mathcal{C}\xleftarrow{P}\mathcal{B}}$ kan tjäna till att få oss att tolka matrisen rätt.

Begreppen *egenvektor* och *egenvärde* som introduceras i **5.1** är centrala, såväl i matematik som i många tillämningar. I många problem, matematiska eller tillämpade, är det väsentligt att bestämma en bas för $\mathbb{R}^n$ bestående av egenvektorer till en matris A. Det första steget är då att lösa matrisens karakteristiska ekvation som nämns i **5.2**. Sedan kan man ofta stödja sig på Sats 6 för att bestämma den önskade basen. En viktig tillämpning av detta ges först i **5.3**, diagonalisering av matriser och senare då diagonaliseringen utnyttjas i olika tillämpningar. Vi kommer här att behandla avbildningsmatriser för linjära avbildningar **5.4**, system av linjära differentialekvationer i **5.7** och kvadratiska former i kapitel 7.

Rekommenderade uppgifter

(PP är förkortning av Practice problems. Här menas att du bör inleda med att göra alla dessa. Du hittar dem direkt före övningarna till respektive avsnitt.)

Avsnitt	Instuderingsuppgifter	Träningsuppgifter	Teoretiska uppgifter
4.7	PP, 1, 3, 5, 7, 10	13, 17, 19	11, 15
5.1	PP, 1, 3, 5, 6, 7, 9	13, 15, 17, 19, 39	21, 25, 27, 29
5.2	PP, 1, 5, 9, 13	17, 18, 27, 30	20, 21, 24
5.3	PP, 1, 3, 5, 7	11, 15, 17, 33	21, 23, 27
5.4	PP, 1, 3, 5	6, 9, 11, 15, 31, 32	21
5.7	1, 3, 5, 6	7, 15, 19	

OBS! Du kan i 5.7 bortse från frågor som berör huruvida origo är sänka, källa eller sadelpunkt.