TMV165/185 Linjär algebra M och TD, vt 05
Vecko–PM läsvecka 7

Lay: 7.1-7.2 Reella symmetriska matriser och kvadratiska former.

I kapitel **7.1** studeras diagonalisering av reella symmetriska matriser, alltså matriser som uppfyller att $A^T = A$. I avsnittet ges två mycket viktiga satser.Sats 2 som säger att de reella symmetriska matriserna, och inga andra, alltid kan diagonaliseras med en ortogonal matris. Väldigt många tillämpningar leder till symmetriska matriser så satsen är mycket användbar. *Spektralsatsen*, sats 3, beskriver situationen mer i detalj och ger hjälp vid problemlösning. Bevisen av satserna i kapitlet ryms inte i kursen, vi får acceptera dem som sanningar. Det är ingen väsentlig skillnad på diagonalisering av symmetriska matriser coh osymmetriska utöver att man nu väljer en ortonormerad bas av egenvektorer.

I avsnitt **7.2** studeras *kvadratiska former*. Enklaste exemplen är $Q(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2$ eller generellare $Q(x_1, x_2) = ax_1^2 + bx_2^2$. Ekvatione $Q(x_1, x_2) = 1$ betyder geometriskt en ellips, cirkel om $a = b$. Genom diagonalisering kan allmännare kvadratiska former och motsvarande ekvationer analyseras. Kvadratiska former kan alltid ges av en symmetrisk matris som enligt 7.1 är diagonaliserbar. Sats 4 knyter samman idén om diagonalisering med idén om basbyte och man ser att i lämplig bas har alla kvadratiska former ett lättanalyserbart utseende.
Sats 5 och begreppen som behandlas där är av stort intresse vid behandling av max/min-problem i flervariabelanalys (nästa kurs). I förra kursen såg du att ”alla” funktioner kan beskrivas av taylorpolynom som approximerar funktionen i närheten av en punkt. Utseendet på polynomet talar om huruvida funktionen har extremvärde i punkten och i så fal vilken typ av extrempunkt. Framförallt kan man använda andraderivatan för att se typen av extrempunkt.
Motsvarande gäller för funktioner av flera variabler. Taylorplynomet är också ett polynom med flera variabler, termen som hör till andraderivatan motsvarar en kvadratisk form vars egenskaper avgör om funktionen har extremvärde eller ej. Det är detta som utreds i sats 5.

Målet i kapitlet är huvudsakligen att du skall kunna använda diagonalisering för att klassificera andragradskurvor och kvadratiska former.

Rekommenderade uppgifter

(PP är förkortning av Practice problems. Här menas att du bör inleda med att göra alla dessa. Du hittar dem direkt före övningarna till respektive avsnitt.)

Avsnitt	Instuderingsuppgifter	Träningsuppgifter	Teoretiska uppgifter
7.1	PP, 1, 2, 4 - 6, 7, 9	15, 17, 24, 37	26, 28, 29
7.2	PP, 1, 3, 5	9, 15, 19	22, 27