

TMV165/185 Linjär algebra M och TD, vt 06

Vecko-PM läsvecka 3

Lay: 3.1-3.3 Determinanter, Huitfeldt: Om lösningsnoggrannhet (ej TD)

I kapitel 3.1 introduceras *determinanten* till en matris. Detta studerade vi i den inledande kursen, men då bara för 2×2 - och 3×3 -matriser. Sats 1 tillsammans med sats 3 i avsnitt 3.2 är väsentlig vid determinantberäkning. Väsentligt är att acceptera att det finns en enkel regel som gäller tvåradiga matriser, en inte fullt så enkel för tre radiga matriser (Sarrus regel) men *ingen enkel regel för större matriser*.

Sats 2 leder till sats 4, som är ett viktigt tillägg till sats 8 i kapitel 2. Nämligen att en matris är inverterbar om och endast om dess determinant inte är 0.

Målet med 3.1 och 3.2 är att du skall kunna beräkna determinanten för en matris av godtycklig storlek med hjälp av satserna.

Cramers regel i 3.3 ger en formel för beräkning av lösning till ekvationssystem, en obekant i taget. Beviset, som du bör lära dig, utnyttjar determinantens multiplikativa egenskap. En hel del av tidigare idéer används också. Metoden är inte direkt ämnad för praktiskt bruk, men naturligtvis skall du kunna den.

Metoden för matrisinvertering i Sats 8 i 3.3 är arbetskrävande och rekommenderas inte heller för praktiskt bruk, isynnerhet inte för matriser större än 3×3 . Metoden är huvudsakligen av teoretiskt intresse.

Också area och volymberäkning med determinant är repetition från första kursen. Tillämpningen i sats 10 är väsentlig vid variabelsubstitution i dubbelintegraler (även trippelintegraler eller med ännu fler variabler) som studeras i nästa kurs.

I Huitfeldt införs olika normer för först vektorer och sedan matriser. Notera att den euklidiska längden av en vektor, som vi tidigare betecknade $|\mathbf{x}|$ nu betecknas $\|\mathbf{x}\|_2$. Denna passar bäst i geometrirelaterade problem. De andra passar bättre i andra situationer.

Matrisnormen leder till konditionstalet för en matris. Detta används för att beskriva ett ekvationssystem känslighet för störningar i form av avrundningsfel eller indatafel.

Just nu är kapitlet huvudsakligen allmänbildande, men begreppen återkommer med större tyngd nästa kurs.

Rekommenderade uppgifter

(PP är förkortning av Practice problems. Här menas att du bör inleda med att göra alla dessa. Du hittar dem direkt före övningarna till respektive avsnitt.)

| Avsnitt | Instuderingsuppgifter | Träningsuppgifter | Teoretiska uppgifter |
|---------|-----------------------|--------------------------------|----------------------|
| 3.1 | 3, 7, 15, 17 | 21, 23, 25, 27 | 37 |
| 3.2 | 1, 3, 5, 7, 9 | 11, 15, 17, 19, 21, 25, 29, 37 | 27, 32, 39, 43 |
| 3.3 | 1, 5 | 13, 19, 21, 23, 27 | 26, 32 |