

TMV165/185 Linjär algebra M och TD, vt 06

Vecko-PM läsvecka 7

Lay: 7.2 Kvadratiska former. Repetition

I avsnitt 7.2 studeras *kvadratiska former*. Enklaste exemplen är $Q(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2$ eller generellare $Q(x_1, x_2) = ax_1^2 + bx_2^2$. Ekvatione $Q(x_1, x_2) = 1$ betyder geometriskt en ellips, cirkel om $a = b$. Genom diagonalisering kan allmänna kvadratiska former och motsvarande ekvationer analyseras. Kvadratiska former kan alltid ges av en symmetrisk matris som enligt 7.1 är diagonaliserbar. Sats 4 knyter samman idén om diagonalisering med idén om basbyte och man ser att i lämplig bas har alla kvadratiska former ett lättanalyserbart utseende.

Sats 5 och begreppen som behandlas där är av stort intresse vid behandling av max/min-problem i flervariabelanalys (nästa kurs). I förra kursen såg du att "alla" funktioner kan beskrivas av Taylorpolynom som approximerar funktionen i närheten av en punkt. Utseendet på polynomet talar om huruvida funktionen har extremvärde i punkten och i så fall vilken typ av extrempunkt. Framförallt kan man använda andraderivatan för att se typen av extrempunkt.

Motsvarande gäller för funktioner av flera variabler. Taylorpolynomet är också ett polynom med flera variabler, termen som hör till andraderivatan motsvarar en kvadratisk form vars egenskaper avgör om funktionen har extremvärde eller ej. Det är detta som utreds i sats 5.

Målet i kapitlet är huvudsakligen att du skall kunna använda diagonalisering för att klassificera andragsgradskurvor och kvadratiska former.

Rekommenderade uppgifter

(PP är förkortning av Practice problems. Här menas att du bör inleda med att göra alla dessa. Du hittar dem direkt före övningarna till respektive avsnitt.)

Avsnitt	Instuderingsuppgifter	Träningsuppgifter	Teoretiska uppgifter
7.2	PP, 1, 3, 5	9, 15, 19	22, 27