

Veckoblad 1: Logik, bevis, mängder, funktioner

• Bokens övningar, kap 1, **logik**, 1—14 (dvs. alla utom 15, 16). Ni har redan gjort 1–6 under introduktionskursen. Kolla att ni fortfarande kan dem. Ser ni på dem på ett nytt sätt nu, med lite mer erfarenhet? Gör de andra!

• Bokens övningar, kap 2, **mängder**. Alla övningar. Ni gjorde alla utom 3 och 7 under introduktionskursen. Kolla att ni fortfarande kan dem. Ser ni på dem på ett nytt sätt nu, med lite mer erfarenhet?

• Bokens övningar, kap 3, **funktioner** (och relationer nästa vecka). 1–16, 19. Ni gjorde alla utom 6, 13, 14, under introduktionskursen. Kolla att ni fortfarande kan dem. Ser ni på dem på ett nytt sätt nu, med lite mer erfarenhet? Gör 6, 13, 14.

Kryssuppgifter

1. (Efter repetition av kap.1s övningar)

Låt f vara en funktion definierad över mängden av de reella talen \mathbf{R} . Vilka egenskaper hos funktionen f uttrycks nedan? (Du kan ge egenskapens namn om du kan det, eller ge exempel på funktioner som har (resp. inte har) den egenskapen)

- $\forall a, \forall b, (a \in \mathbf{R} \wedge b \in \mathbf{R} \wedge a < b) \Rightarrow f(a) \leq f(b)$
- $\forall A, A \in \mathbf{R} \Rightarrow \exists a, a \in \mathbf{R} \wedge f(a) > A$

Kan du formulera andra likartade egenskaper själv?

2. (från omtentan augusti 07)(Efter repetition av kap.1 och 2s övningar)

Låt “universum” vara mängden av alla båtar i Västköpings hamn. Skriv följande utsagor på symbolisk logisk form och illustrera med hjälp av Venn diagram.

- Alla segelbåtar är vackra.
- Alla vackra båtar är gamla.
- Det finns inga gamla motorbåtar.

Vad kan du dra för slutsatser? Formulera dina slutsatser i ord och med symbolisk logik.

3. (Efter repetition av kap.3s övningar)

Låt $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ och $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ges av $f(x) = x^2 + 1$ och $g(x) = x^3$.

Beräkna funktionerna $f \circ g$ och $g \circ f$

Vilka av funktionerna $f, g, f \circ g, g \circ f$ är injektiva? Vilka är surjektiva? Vilka är bijektiva?

Kan du välja definitionsmängd och målmängd för var och en av dessa funktioner så att den blir injektiv? surjektiv? bijektiv?