Diskret Matematik – IT, TMV200, HT08

Veckoblad 1: Logik, bevis, mängder, funktioner

Denna veckan handlar det främst om en snabb repetition av det ni gjorde under introduktionskursen och en liten utvidgning av detta. Vi kommer att gå igenom de tre första kapitlen i boken med undantag av avsnitten 1.10 och 3.9 som inte ingår. Följande övningar rekommenderas.

- Bokens övningar i kapitel 1 om **logik**: 1—14 (dvs. alla utom 15 och 16). Ni har redan gjort 1–6 under introduktionskursen. Kolla att ni fortfarande kan dem. Ser ni på dem på ett nytt sätt nu, med lite mer erfarenhet? Gör de andra!
- Bokens övningar i kapitel 2 om **mängder**: Alla övningar. Ni gjorde alla utom 3 och 7 under introduktionskursen. Kolla att ni fortfarande kan dem. Ser ni på dem på ett nytt sätt nu, med lite mer erfarenhet?
- Bokens övningar i kapitel 3 om **funktioner**: 1–16 och 19. Ni gjorde alla utom 6, 13 och 14 under introduktionskursen. Kolla att ni fortfarande kan dem. Ser ni på dem på ett nytt sätt nu, med lite mer erfarenhet? Gör sedan 6, 13 och 14.

Kryssuppgifter

1. (Efter repetition av övningarna i kapitel 1.)

   Låt f vara en funktion definierad över mängden av reella tal $\mathbf{R}$. Vilka egenskaper hos funktionen f uttrycks nedan? (Du kan ge egenskapens namn om du kan det, eller ge exempel på funktioner som har, respektive inte har, den egenskapen.)

   - $\forall a, \forall b, (a \in \mathbf{R} \wedge b \in \mathbf{R} \wedge a < b) \Rightarrow f(a) \geq f(b)$
   - $\forall A, A \in \mathbf{R} \Rightarrow \exists a, a \in \mathbf{R} \wedge f(a) < A$

   Kan du formulera andra likartade egenskaper själv?

2. (Efter repetition av övningarna i kapitel 1 och 2.)

   Låt “universum” vara mängden av alla båtar i Västköpings hamn. Skriv följande utsagor på symbolisk logisk form och illustrera med hjälp av Eulerdiagram.

   - Alla segelbåtar är vackra.
   - Alla vackra båtar är gamla.
   - Det finns inga gamla motorbåtar.

   Vad kan du dra för slutsatser? Formulera dina slutsatser i ord och med symbolisk logik.

3. (Efter repetition av övningarna i kapitel 3.)

   Låt $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ och $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ ges av $f(x) = x^3 + 1$ och $g(x) = x^2$.

   Bestäm funktionerna $f \circ g$ och $g \circ f$

   Vilka av funktionerna $f, g, f \circ g, g \circ f$ är injektiva? Vilka är surjektiva? Vilka är bijektiva?

   Kan du välja definitionsmängd och målmängd för var och en av dessa funktioner så att den blir injektiv? surjektiv? bijektiv?