MATEMATIK, CHALMERS

Omtentamen Diskret Matematik – IT, TMV200, HT10, Laura Fainsilber den 16 december 2010

Hjälpmedel: inga hjälpmedel. Telefonvakt: Adam Andersson, tel.0703-088304

Förklara i detalj hur du resonerar och räknar.
Poäng ges inte för bara svaren, utan för fullständig förklaring av lösningarna.

1. Kan man placera tre par gäster vid ett runt bord så att bordsgrannar är av olika kön och ingen sitter bredvid sin partner? På hur många olika sätt i så fall? Var tydlig med vad du anser vara olika sätt. (6p)

2. Låt A vara en mängd med n element. Hur många delmängder har mängden A? (7p)

   Bevisa ditt påstående dels med ett induktionsbevis, dels med ett annant bevis.

3. Lös den Diofantiska ekvationen $1428x + 1160y = 20$. (6p)

4. Låt A vara en mängd och betrakta relationen $\mathcal{R}$ på mängden av alla delmängder i A, där $B\mathcal{R}C$ om det finns en bijektion mellan B och C. Är $\mathcal{R}$ en ekvivalensrelation? Vilka är ekvivalensklasserna i så fall? (6p)

5. (a) Rita alla icke-isomorfa grafer med fyra noder (sammanhängande eller ej) (6p)
   (b) Rita alla träd med 6 noder
   (c) Om man numrerar noderna och räknar alla grafer med de givna noderna (räkna även isomorfa grafer som olika), hur många grafer finns det med fyra noder? Med 6 noder?

6. Visa att talet $n^2(n^2-1)(n^2-4)$ är delbart med 360 för varje heltal $n > 2$. (6p)

7. Det ligger 10 kort på bordet, som har färg på ena sidan (röd, grön eller silver), och tal på andra sidan. Din skyddsängel viskar till dig att alla kort med primtal är gröna, men du ser bara en sida på varje kort, nämligen: röd, 2, röd, silver, 5, 3, 6, grön, 7, 8.

   Översätt skydsängelns påstående till predikatlogik. Vilka kort måste du vända på för att bevisa (eller motbevisa) påståendet, och varför? (6p)

8. Siffersumman $s(n)$ av ett tal n är summan av de siffror som talet skrivs med (ental, tiotal, hundratal, osv). Om siffersumman är ett flersiffrigt tal, så kan man ta dess siffersumma, osv, tills man får ett ensiffrigt tal. Detta tal betecknar vi med $S(n)$. T.ex är $S(75) = 3$ eftersom $s(75) = 7 + 5 = 12$, och $s(12) = 1 + 2 = 3$

   När man utför multiplikationen av två flersiffriga tal $A \cdot B = C$ för hand, så kan man kolla sitt resultat genom att räkna ut siffersummorna för varje faktor $S(A)$ och $S(B)$ och kolla om $S(C) = S(A) \cdot S(B)$. Till exempel kan man räkna $11 \cdot 75 = 825$ och kolla med $S(11) = 1+1 = 2$, $S(75) = s(7+5) = s(12) = 3$, $2\cdot 3 = 6$ och $S(825) = S(8+2+5) = s(15) = 6$.

   Använd kongruensräkning modulo 9 för att förklara vad man gör och varför det fungerar. Vad är det man visar egentligen? Vilka fel kan man upptäcka? (7p)

Lycka till!

Laura