

Tentamen i Diskret Matematik, TMV200.

2012-04-13, 8.30–12.30.

Hjälpmedel: Inga, ej räknedosa.

Telefon: Emil Gustavsson, 0703-088304

Motivera väl dina lösningar och svar. Poäng ges inte för bara svaren, utan för fullständig förklaring av lösningarna.

Lösningar och besked om rättningen lämnas på kursens hemsida.

1. Lös den diofantiska ekvationen $6x + 7y = 10$. (6p)

2. Bevisa med induktion att (6p)

$$\sum_{k=1}^n k^3 < n^4. \quad (n \geq 2)$$

3. Hur många av heltalen $1, 2, \dots, 200$ är relativt prima med 200? Bestäm resten av 3^{164} vid division med 200. (7p)

4. Vi definierar två relationer \mathcal{R}_1 och \mathcal{R}_2 på mängden \mathbb{Z} av alla heltalen: $a\mathcal{R}_1b$ om $a|b$, $a\mathcal{R}_2b$ om $ax + by = 1$ har lösningar $x \in \mathbb{Z}, y \in \mathbb{Z}$. Avgör om \mathcal{R}_1 respektive \mathcal{R}_2 är **(a)** reflexiv, **(b)** symmetrisk, **(c)** transitiv. (6p)

5. Hur många olika "ord" kan man bilda av bokstäverna i ordet "SANNINGAR"? (6p)

6. Låt A vara en mängd med a element och $C \subset A$ vara en äkta delmängd av A med c element. Hur många delmängder mellan A och C (dvs delmängder $B, C \subseteq B \subseteq A$) finns det? Hur många delmängder av A som har icke tomt snitt med C (dvs delmängder $B \subseteq A, B \cap C \neq \emptyset$) finns det? (6p)

7. **[a]** Låt a_1, a_2, a_3 vara tre givna noder. Rita alla grafer (sammanhängande eller ej, grafer i den premära meningen, utan öglar, ej multigrafer) med noderna a_1, a_2, a_3 .

[b] Rita alla träd med 4 givna noder a_1, a_2, a_3, a_4 . (3+3p)

8. Bevisa att $7|2^{4n-1} + 3^{2n+1}$ för alla positiva heltal n . (7p)

Lycka till! GZ