Diskret Matematik TMV200-HT11/Genkai Zhang. Veckoblad 3

Rek. övn.

• På tisdagen skall vi förstätta med Vecka 2s kryssuppgifter.

• Bokens övningar, kapitel 6, **Induktions- och motsägelsebevis**. Se till att skriva rent ett eller två induktionsbevis!

För lite mer om induktivt definierade mängder, se J. Hein "Discrete Structures, logic, and computability", kapitel 3.1 (Chalmers e-bibliotek) eller OH-bilderna på http://brooks-pdx.pbworks.com/f/CS340-Section3.1.pdf

• Avsnitt 7.1, och bokens övningar 1, 2, 3 i kapitel 7.

Rek. Demo-uppg. (Fredag v2, Tisdag v3):

• (Extra uppgift om induktivt defininerade mängder) Låt $A = \{a, b\}, P = \{+, \times\}$. (Tänk a, b är reella variabler.) Element i $A \cup P = \{a, b, +, \times\}$ skall kalas en bokstav. Med ett algebraiskt uttryck av boktsäver i A och P menas en följd $x_1 x_2 \cdots x_n$ av bokstäver där mellan två alfabet i A skall vara ett av $+, \times$. Till ex. $a + b \times b \times a + b$ men inte $+a + b$ eller $b \times a+$. (Tänk dem bara som "ord", och vi skall inte beräkna dem eller bestämma regler för beräkningar.) Ange en induktiv definition för mängden av alla algebraiska uttryck av alfabet i A och P.

• Samma uppgiften med $P = \{-, +, \times\}$. Nu kan $-$ stå som den första bokstav i ett uttryck, till ex. $-a + a \times b + a$.

• Kap. 6. Övn. 3. • Visa att Fibonacciföljden $\{f(n)\}$ uppfyller $f(n + 2) - 1 = \sum_{k=1}^{n} f(k)$.

Kryssuppgifter

1. Placera talen $1, 2, \cdots 9$ på en 3×3 kvadrat. Visa att det finns en rad vars summa är minst 15. (Kan du göra en placering så att varje rad och kolonn har summa 15?)

2. Kan man göra en rektangulär tabell (av godtycklig storlek) med tal på sådant sätt att summan av varje kolumn är större än 15 och summan av varje rad är mindre än 15?

   Har du använt dig av ett motsägelsebevis?

3. Bevisa med induktion att
$$\sum_{k=1}^{n} \left(\frac{1}{2k - 1} - \frac{1}{2k + 1}\right) = 1 - \frac{1}{2n + 1}.$$
   (Kan du hitta ett enklare bevis? Försök om du kan - det ingår ej i uppgiften)

4. (Jobba först med exemplen i boken s.139-140 och uppgifter 7.1, 7.2. Ni kan utmana varandra med nya talpar att hitta SGD till.)

   Använd Euklides algoritm för att hitta sgd$(1221, 484)$ och hitta Bezouts identitet för dessa tal (dvs. hitta u, v sådana att $1221u + 484v =$sgd$(1221, 484)$.)

   (OBS. Bezouts identitet utgår om vi inte hunnit med det på onsdagsföreläsningen!)