Diskret Matematik/TMV200/HT11, Genkai Zhang, Veckoblad 4

Ämnen. Rek. uppg.

• Heltal: delabarhet. $sgd(a, b)$. primtal. Euklides algoritm. Bezouts identitet. diofantiska ekv.. (delvis) kongruensberäkn.

• Uppgifter 7.1–7.4 och 7.6–7.11,

• (Extra uppgifter, om ni kan/hinner). Ett postivt tal m kallas en gemmensamma multipel av a, b om $m = ad$, $m = bc$, dvs om a delar m och b delar m. Det minsta gemmensamma multiplet av a, b betecknas som $mgm(a, b)$. Formulera en formel för $mgm(a, b)$ med hjälp av $sgd(a, b)$. Bevisa att for alla positiva heltal a och b gäller följlande:

$mgm(a, b) = ab$ om och endast om $sgd(a, b) = 1$.

Rek. Demo-uppg. :

7.7. 7.16.

Kryssuppgifter

1. Jobba mer med med exemplen i boken s.139-140 och uppgifter 7.1, 7.2. Ni kan utmana varandra med nya talpar att hitta SGD till.

   (1) Använd Euklides algoritm för att hitta sgd$(180, 285)$ och hitta koefficienter till Bezouts identitet för dessa tal. (OBS! Euklides algoritm är inte alltid den bästa när det handlar om små siffror.)

   (2) Hitta alla lösningar till följande linjär diofantisk ekvation: $180x + 285y = 30$

2. Avgör med bevis vardera om följande påstående är sant eller falskt.

   (a) För alla heltal a, b, c gäller sgd$(ac, bc) = c\,$sgd(a, b);

   (b) Varje delare d av a, b kan skrivas som $d = au + bv$.

3. Paren (29, 31), (41, 43), och (227, 229) är exempel på primtalstvillingar, dvs. par av primtal med bara ett (jämnt) tal emellan. Många matematiker förmodar att det finns oändligt många primtalstvillingar.

   Man kan kalla (3, 5, 7) för en primtalstrillingar, dvs. tre primtal av formen $(p, p+2, p+4)$. Finns det några fler primtalstrillingar? Ange några eller/och bevisa att det inte finns fler.