

Rek. uppgifter

- Bokens övningar, kap 8, **Kombinatorik**, alla övningar. Tips för övning 8 (kombinationer med återläggning) kommer på föreläsning.
 - Kombinatorik: additionsprincip, multiplikationsprincip, permutationer, kombinationer, lådprincip.
- Bokens övningar i kap 9, **Grafer**. Följande rekommenderas i första hand: 1, 3, 5, 7, 8, 13, 14, 15.
 - Stoff att fundera på och hitta egna uppgifter om: allt om kombinatorik och grafer.

Demo-uppgifter

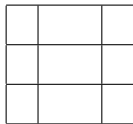
- Kap. 8: 3(b).
 - Hur många “ord” kan man bilda med bokstäverna i ordet ALGEBRA där de två A:en inte är efter varandra?
 - Tentauppgifter 2011-04-29.

Kryssuppgifter

OBS! Dessa uppgifter reflekterar inte allt det viktiga i kombinatorik i denna kurs. Bortse inte från att öva med kombinationer, permutationer mm.! **Se även länk på websidan om fler kombinatorikövningar att öva med**

1. (**Kombinatorik**) (a) Använd Dirichlets lådprincip för att visa att decimalutvecklingen till varje rationellt tal innehåller en upprepad sekvens av siffror. (Tips: ett rationellt tal är ett tal som kan skrivas i formen $\frac{a}{b}$ med a, b heltal, $b \neq 0$. Utför långdivision för $\frac{25}{5}, \frac{25}{7}, \frac{11}{3}, \frac{359}{495}$, tills du ser ett mönster för vilka rester som kan uppkomma (gör det för hand!))

(b) Du skall promenera på linjerna i diagrammet nedan.



Hur många direkta vägar finns från det översta vänster hörnet till det nedersta högerhörnet? (Direkta vägar går bara till höger och neråt.) Tips: du kan kalla ett steg till höger för H och ett steg neråt för N och räkna ord istället.

(c) Hur många 8-bokstavliga olika “ord” kan man bilda med bokstäverna i “ordet” AB-BAABBA?

2. (Grafer) (a) Visa att för varje graf $G = (V, E)$ (dvs, en graf i den primära meningen, ej en multigraf) med n stycken noder gäller det $n - 1 \leq \frac{1}{2} \sum_{v \in V} d_v \leq \binom{n}{2}$. För vilkna grafer gäller de likheterna?

(b) En Hamiltoncykel i en graf är en cykel som passerar varje nod exakt en gång.

Hur många olika Hamiltoncykler finns i den fullständiga grafen med n noder? Visa att den fullständiga bipartita grafen $K_{m,n}$ har en Hamiltoncykel om och endast om $m = n$.

(c) Rita några (sammanhängande) sfäriska grafer (dvs grafer som går att rita på en sfär, till ex, ytan av jordklottet, utan att några kanter korsar varandra) och räkna antalet noder, kanter, regioner n, k, r (en region är ett sammanhängande område i planet som omringas av grafens kanter). Hittar du något samband mellan $n + r$ och k ? Skissa på ett bevis för sambandet (tips: prova med induktion över antalet kanter). Du behöver inte ha med alla detaljer, men huvuddragen i beviset.