

Veckoblad 2, Diskret matematik IT, HT2012

Viktiga begrepp och resultat under veckan

- Induktionsprinciperna
- Rekursivt definierade funktioner
- Aritmetisk summa
- Geometrisk summa
- Motsägelsebevis.

Grundläggande kunskapsmål under veckan

- Bevisa slutna formler för summor med varierande gränser.
- Bevisa slutna formler för rekursiva funktioner.
- Beräkna aritmetiska och geometriska summor.

Kunskapsmål för överbetyg under veckan

- Bevisa mer avancerade utsagor med hjälp av induktion.

Gruppövningar

1. Vi definierar polynomen $P_n(x)$ för $n \in \mathbb{N}$ rekursivt genom

$$\begin{cases} P_0(x) = 1, \\ P_{n+1}(x) = P_n(x)(x-1) + x, \quad n \geq 0. \end{cases}$$

(a) Beräkna $P_3(x)$.

(b) Visa att $P_n(3) = 2^{n+2} - 3$ för alla $n \in \mathbb{N}$.

2. Visa att

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2} < 2 - \frac{1}{n}$$

för alla heltal $n > 1$.

3. Visa att

$$\sum_{k=1}^{2n} (-1)^{k+1} \frac{1}{k} = \sum_{k=n+1}^{2n} \frac{1}{k}$$

för alla heltal $n \geq 1$.

4. Kan man göra en rektangulär tabell (av godtycklig storlek) med tal på sådant sätt att summan av varje kolumn är större än 15 och summan av varje rad är mindre än 15? Går det med en kvadratisk tabell?

Har ni använt er av ett motsägelsebevis?