MATEMATIK
Chalmers Tekniska Högskola
Tentamen i Diskret matematik IT, TMV200, 2015-04-16.
Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.
Telefonvakt: Jakob Hultgren, 0703-088304.

OBS: Motivera dina svar väl. Det är i huvudsak beräkningarna och motiveringarna som ger poäng inte svaret.
För betyget 3 krävs minst 20 poäng sammanlagt, för 4 krävs 30 poäng och för 5 krävs 40 poäng inklusive bonuspoäng.

---

1. Avgör om följande argument är giltigt. Svaret ska motiveras.

$$\begin{array}{r} (p \vee q) \to s \\ t \to p \\ \neg r \\ \neg t \to q \\ \hline s \end{array}$$

(6p)

2. (a) Beräkna $\mathrm{sgd}(1254, 789)$.
   (b) Bestäm alla lösningar $x, y \in \mathbb{Z}$ till $1254x + 789y = 7$. (6p)

3. Visa att
$$\sum_{k=1}^{n} (3k^2 - 3k + 1) = n^3$$
för alla positiva heltal n. (6p)

4. I en chokladask finns det 14 praliner varav 6 är överdragna med mörk choklad och 8 med ljus choklad. Stefan har fått lov att välja ut och äta upp 6 stycken. På hur många sätt kan Stefan göra det om
   (a) han får välja helt fritt.
   (b) han måste ta tre med ljus choklad och tre med mörk.
   (c) han måste välja minst två med ljus choklad.

   Det ska vara explicita svar (d v s inga binomialkoefficienter eller fakulteter) och motiveringar för full poäng. (Vi förutsätter att Stefan motstår frestelsen att sätta i sig alla pralinerna och bara väljer sex stycken som han fått lov att ta. Det enda som spelar roll är också bara vilka praliner han väljer.) (7p)

5. Låt A vara en godtycklig mängd med 4 element.
   (a) Hur många olika relationer finns det på A?
   (b) Hur många av dessa relationer är ekvivalensrelationer?

(6p)

Var god vänd!

6. Låt $\mathcal{R}$ vara relationen på $\{1,2,3,4,5,6\}$ som har relationsmatrisen

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

   (a) Rita relationsgrafen till $\mathcal{R}$.

   (b) Bestäm den minsta relation som innehåller $\mathcal{R}$ och som är en ekvivalensrelation.

   (c) Bestäm den minsta relation som innehåller $\mathcal{R}$ och som är en partiell ordning. (7p)

7. Bestäm det minsta positiva heltalet som är kongruent med $11^{1993} + 13^{1991}$ modulo 143. (6p)

8. Visa att om $x^2 + y^2 = z^2$ där x, y, z är positiva heltal, så finns det bland talen x, y och z minst ett som är delbart med 3 och minst ett som är delbart med 5. (6p)

Tentorna beräknas vara färdigrättade senast den 8 maj och resultat meddelas via e-post. Efter det kan tentorna avhämtas på expeditionen för Matematiska vetenskaper mellan 11:00 och 13:00 varje vardag.

LYCKA TILL! Stefan.