Veckoblad 4, Diskret matematik IT, HT2014

Viktiga begrepp och resultat under veckan

- Om ett primtal delar en produkt så delar det minst en av faktorerna.
- Aritmetikens fundamentalsats.
- Begreppet kongruens som ger partition av heltalen.
- Heltalen modulo ett heltal n med addition och multiplikation (modulo n).
- Ett heltal b har (multiplikativ) invers modulo n om och endast om $\text{sgd}(b, n) = 1$.
- Kinesiska restsatsen.
- Eulers Φ-funktion och beräkningsreglerna för denna.
- Eulers sats och specialfallet Fermats lilla sats.

Grundläggande kunskapsmål under veckan

- Beräkna den minsta positiva representanten för klassen av ett tal modulo n.
- Lösa enkla ekvationer i $\mathbb{Z}_n$.
- Lösa system av konruensekvationer med Kinesiska restsatsen.
- Beräkna Eulers Φ-funktion givet primtalsfaktoriseringen av ett tal.
- Beräkna den minsta positiva representanten för klassen av potensen av ett tal modulo n med Eulers sats.

Gruppövningar

1. Motivera noggrant vilka av följande tal som är primtal: 577, 9177, 4039 och 1049. För de som inte är primtal ge också deras faktorisering i primtal.
2. (a) Ge alla klasser som har additiv invers modulo 26.
   (b) Ge den additiva inversen för alla klasser i förra deluppgiften modulo 26.
   (c) Ge alla klasser som har multiplikativ invers modulo 26.
   (d) Bestäm (multiplikativa) inversen modulo 26 för alla klasserna i förra deluppgiften.
3. Beräkna Φ av följande tal: 577, 9177, 4039 och 1049.
4. Bestäm det minsta positiva talet m som är sådant att det ger resten 3 vid division med 5, resten 5 vid division med 7 och resten 7 vid division med 13. (Ni ska använda en "generell" metod som är effektiv oavsett storleken på talen.)
5. Bestäm minsta positiva talet m sådant att $m \equiv 2014^{2014} \pmod{17}$.