Tentamen i Diskret matematik TMV200 MATEMATIK

2017 – 04 – 11 kl 14.00 – 18.00 Chalmers

Hjälpmedel: inga

Telefonvakt: Johan Berglind

Tel anknytning 3525

Ange den tillfälliga tentamenskoden på samtliga inlämnade papper. Fyll i omslaget ordentligt.

Betygsgränser: 20 – 29 poäng ger betyget 3, 30 – 39 poäng ger betyget 4 och 40 poäng eller mer betyget 5.

Bonuspoäng från hösten 2016 räknas in.

Lösningar läggs ut på kursens hemsida.

Resultat meddelas via Ladok cirka tre veckor efter tentamenstillfället.

Till uppgift 1 – 3 krävs bara kortfattade lösningar (men enbart svar räcker inte).

1. Avgör om följande argument är giltigt: **(4p)**

$$\begin{array}{c} p \to q \\ q \to r \\ r \\ \hline p \end{array}$$

2. Använd Euklides algoritm för att bestämma den största gemensamma delaren till talen 2581 och 2059 **(4p)**

3. Ange koefficienten till a^5b^7 i utvecklingen av $(a-2b)^{12}$ **(4p)**

Till uppgift 4 – 9 krävs fullständiga motiveringar

4. Låt A vara mängden $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ där *n* är ett heltal ≥ 1. Låt *f* och *g* vara bijektiva funktioner från A till A.
   Avgör om den sammansatta funktionen $h(i) = f\big(g(i)\big)$ är bijektiv. **(6p)**

5.

a. Hur många olika träd finns det med 4 noder? **(4p)**

b. Hur många olika sammanhängande grafer finns det med 4 noder? **(4p)**

Förtydligande: kalla noderna A, B, C och D. Om en graf bara har en kant mellan A och B, en annan bara mellan C och D säger vi att de två graferna är olika.

6. Låt $p_1, p_2, p_3, \dots$ vara primtalen uppräknade i storleksordning (alltså 2, 3, 5, 7, osv). Låt $M = \{p_1, p_2, p_3, \dots, p_n\}$ och låt A vara en äkta icke-tom delmängd av M. Låt vidare A^c vara komplementmängden till A. Om S_A är produkten av alla element i A och S_{A^c} produkten av alla element i A_c, visa att $S_A + S_{A^c}$ antingen är ett primtal eller $\geq (p_{n+1})^2$ (eventuellt både och). **(8p)**

7. Låt Z^+ beteckna mängden av alla positiva heltal och låt R vara en relation från $Z^+ \times Z^+$ till sig självt sådan att $(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow a + d = b + c$
Avgör om R är en ekvivalensrelation. **(8p)**

8. I ett nätverk av *n* städer är varje par av städer förbundna med varandra med en ***enkelriktad*** väg. Visa med induktion att det för varje $n \geq 2$ existerar en stad S så att man ***från*** varje annan stad kan färdas ***till*** S över ***högst två*** vägar.

I exemplet nedan kan S vara stad 1 eller 5 men ingen av de andra. **(8p)**