

Hjälpmedel: inga

Telefonvakt: Johan Berglind

Tel anknytning 3525

Ange den tillfälliga tentamenskoden på samtliga inlämnade papper. Fyll i omslaget ordentligt.

Betygsgränser: 20 – 29 poäng ger betyget 3, 30 – 39 poäng ger betyget 4 och 40 poäng eller mer betyget 5.

Bonuspoäng från hösten 2016 räknas in.

Lösningar läggs ut på kursens hemsida.

Resultat meddelas via Ladok cirka tre veckor efter tentamenstillfället.

Till uppgift 1 – 3 krävs bara kortfattade lösningar.

1. Låt $Q(x, y, z)$ vara predikatet "yz är delbart med x" där x, y, z är heltal ≥ 1 **(4p)**
Avgör vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska.
 - a. $\forall y \forall z \exists x Q(x, y, z)$
 - b. $\exists x \forall y \forall z Q(x, y, z)$
 - c. $\exists y \exists z \forall x Q(x, y, z)$
 - d. $\forall x \forall y \exists z Q(x, y, z)$

2. Bestäm resten då 9^{2017} delas med 13. **(5p)**

3. I en kartong med 12 processorer är 4 defekta. **(5p)**
 - a. På hur många olika sätt kan man välja ut 5 icke-defekta processorer?
 - b. På hur många olika sätt kan man välja ut 5 processorer varav exakt 2 är defekta?
 - c. På hur många olika sätt kan man välja ut 5 processorer varav minst 1 är defekt?

Till uppgift 4 – 9 krävs tydliga motiveringar.

4. Visa att det i varje enkel graf (alltså ej multigraf) **(6p)**
finns två noder med samma gradtal.

5. Låt A vara mängden $\{1,2,3, \dots, n\}$ där $n \geq 1$ och låt f vara en funktion från $P(A)$ (mängden av delmängder till A) till $A \cup \{0\}$ så att $f(M)$ är det minsta elementet i M . (Vi definierar $f(\emptyset) = 0$). Till exempel blir $f(\{2,4,9\}) = 2$. **(4p)**

- a. Avgör om f är injektiv.
- b. Avgör om f är surjektiv.

6. På ett exotiskt matställe erbjuds två rätter till en kostnad av 17 respektive 13 gulddubloner och varje gäst kan bara välja en rätt. För ett sällskap hamnar slutnotan på 1000 gulddubloner. Hur många personer kan ha ingått i sällskapet? **(6p)**

7. Låt M vara en ändlig mängd och definiera en relation R på $P(M)$ så att ARB om och endast om $A \cap B \neq \emptyset$ (A och B är alltså delmängder till M) Avgör om R är reflexiv, symmetrisk, antisymmetrisk respektive transitiv. **(6p)**

8. Betrakta följande pseudokod: **(7p)**

```
a = 0
for k:=1 to n
  for j:=1 to k
    for i:=1 to j
      a = a+1
    end
  end
end
print(a)
```

Vilket värde skrivs ut på sista raden?
(n är en parameter som får ett värde innan koden exekveras.)

9. På en tillställning finns $2n$ gäster där n är ett heltal >0 . Några gäster skakar hand med varandra, andra gör det inte, men vi vet att det inte finns tre gäster som alla skakade hand med varandra. Visa med induktion att det totala antalet handskakningar inte kan vara mer än n^2 . **(7p)**

Tips: betrakta två gäster som skakade hand med varandra.