

Diskret matematik, TMV200

Läsperiod 2, 2016

Trevliga uppgifter om bland annat kombinatorik och grafteori inför den tredje duggan

1.
 - a. På hur många olika sätt kan 7 personer ta plats om de sitter i en rad?
 - b. På hur många olika sätt kan 7 personer ta plats om de sitter kring ett runt bord?
 - c. På hur många olika sätt kan 4 män och 4 kvinnor ta plats i en rad om två personer av samma kön inte får sitta intill varandra?

2. I en urna ligger 8 röda och 7 gröna bollar. På hur många olika sätt kan man plocka 5 bollar om
 - a. Alla fem måste vara röda?
 - b. Alla fem måste vara gröna?
 - c. Två skall vara röda och tre gröna?
 - d. Minst tre skall vara gröna?
 - e. Minst en skall vara grön?

3. Nedanstående svit är ett meddelande krypterat med RSA-systemet:
117, 81, 53, 135, 81, 2, 1, 12, 71, 53, 50, 1, 53, 49, 1, 2, 1, 49, 37, 1, 81, 12
Vi vet att $n = 143$ men om e vet vi bara att det inte är ett primtal. Hur lyder klartexten?

4. På hur många olika sätt kan man bilda tre mängder, A , B och C sådana att $A \cup B \cup C = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ samt att $A \cap B \cap C = \emptyset$?

5. Visa att om fem punkter placeras inom en kvadrat med sidan 1 finns det minst ett par som befinner sig närmare varandra än $\frac{1}{\sqrt{2}}$

6. Låt X vara en mängd med n element. Hur många par (A, B) av delmängder finns det sådana att $A \subseteq B \subseteq X$?
7. I ett spel för en person placeras 20 brickor numrerade från 1 till 20 med baksidan uppåt på ett bord. Spelaren vänder upp brickor en efter en tills 10 av dem är rättvända. Om summan av värdet på två brickor blir 21 förlorar spelaren. Är det möjligt att vinna spelet?
8. Hur många gånger exekveras "STATEMENT" i nedanstående kod:

```
for k:=1 to n
  for j:=1 to k
    for i:=1 to j
      STATEMENT
    end
  end
end
```

9. I den här uppgiften vill vi visa formeln: $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k}^2 = \binom{2n}{n}$ där n är ett heltal ≥ 0 .
Vi utgår från antalet delmängder av r element ur en mängd med $m + n$ element. Ett sådant urval kan jämföras med att vi väljer k element ur en mängd med m element och $r - k$ element ur en mängd med n . Bilda en likhet av denna jämförelse och härled formeln ovan.