

Matrisuppgifter

1. Beräkna om möjligt

$$\text{a) } \begin{bmatrix} -2 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 0 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} 0 & 4 & 1 \\ 2 & -3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{b) } 3 \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 1 \\ 0 & -4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\text{c) } 3 \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 1 \\ 0 & -4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\text{d) } \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -3 & 0 \\ 2 & 4 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\text{e) } \begin{bmatrix} 3 & -3 & 0 \\ 2 & 4 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

2. En *permutationsmatrix* är en kvadratisk matris där varje rad och varje kolonn innehåller precis en etta och där övriga element är noll.

a) Beräkna $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix}$ och $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix}$. Är namnet *permutationsmatrix* väl valt eller olyckligt valt?

b) Vad betyder det att det står en etta på plats (i, j) i en permutationsmatrix?

c) Vilken eller vilka permutationsmatriser omvandlar $\begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix}$ till $\begin{bmatrix} B \\ D \\ C \\ A \end{bmatrix}$?

d) Givet en kolonnvektor med n element, hur kan vi använda matrismultiplikation för att åstadkomma en permutation av $1 \leq r \leq n$ av dessa?

Svar

1. Beräkna om möjligt

a) $\begin{bmatrix} -2 & 13 & 6 \\ 5 & -7 & 6 \end{bmatrix}$

b) Går ej, matriserna har olika storlek.

c) $\begin{bmatrix} 12 \\ 1 \\ -8 \\ 7 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} 17 & 7 & -8 \\ -4 & 10 & -2 \end{bmatrix}$

e) Går ej, antalet kolonner i vänstra matrisen måste vara lika med antalet rader i högra matrisen.

2. En *permutationsmatris* är en kvadratisk matris där varje rad och varje kolonn innehåller precis en etta och där övriga element är noll.

a) $\begin{bmatrix} B \\ C \\ A \end{bmatrix}$ och $\begin{bmatrix} C \\ A \\ D \\ B \end{bmatrix}$. Det verkar passande, den bildar en permutation av elementen i kolonnvektorn.

b) Elementet på plats j kommer att flyttas till plats i .

c) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

d) Använd en permutationsmatris som lägger de r elementen först i kolonnvektorn, och klipp bort allt utom de r första raderna.