

Problemlad 5

Problem 1. Vi skall undersöka en egenskap hos Eulers Φ -funktion. Om n är produkten av två *olika* primtal, vad blir då

$$\sum_{d \in D} \Phi(d), \quad D = \{d \in \mathbb{N} : d \mid n\} \quad (1)$$

Börja med att prova med några små värden på n , och försök hitta ett samband. Bevisa sedan detta samband med hjälp av det vi känner till (från föreläsningarna och boken) om Φ -funktionen.

Vad händer om n är kvadraten av ett primtal (dvs vi släpper på kravet att primtalen är olika)? Prova för några små värden på n , och bevisa sedan sambandet som uppträder.

Problem 2. Vi har sett att binomialkoefficienter uppfyller det rekursiva sambandet

$$\binom{n+1}{k+1} = \binom{n}{k+1} + \binom{n}{k}, \quad (2)$$

och vi har även sett hur detta kan tolkas kombinatoriskt (Aladdinasken).

Hur kan binomialkoefficienten $\binom{n+2}{k+2}$ skrivas rekursivt med hjälp av binomialkoefficienter med bara n "där uppe"? Hur kan detta tolkas kombinatoriskt?

Bonus: Generalisera ovanstående till $\binom{n+r}{k+r}$.