**Tentamen i TMV200 Diskret matematik** 2018-01-12 kl. 14:00–18:00

**Examinator:** Mårten Wadenbäck
**Telefonvakt:** Linnea Hietala, telefon: x5325
**Hjälpmedel:** Penna, suddgummi, linjal, pennvässare

För betyget tre kvävs minst 20 poäng, för betyget fyra krävs minst 30 poäng, och för betyget fem krävs minst 40 poäng. Resultatet meddelas i LADOK senast 2018-02-02. Tid och plats för visning kommer att anslås på kurshemsidan senast samma datum.

**OBS:** Skriv tydligt och luftigt, på *en* sida av varje pappersark. Behandla högst en uppgift per sida. Motivera dina svar väl. Det är i huvudsak motiveringarna och beräkningarna som ger poäng, inte svaret. Ofullständig eller bristfällig lösning kan ändå ge delpoäng, så försök även om du är osäker. Numrera de inlämnade bladen *efter* att du sorterat dem! Använd inte röd penna, men gärna annan färg.

**1**. Gäller det för alla $n \in \mathbb{Z}_+$ att

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}?$$

Bevis eller motexempel krävs för att få poäng. (7p)

**2**. Avgör huruvida följande argument är giltigt eller ej:

$$\begin{array}{r} r \to p \\ q \lor \neg p \\ (p \to q) \to r \\ \hline r \leftrightarrow p \end{array}$$

Om argumentet är giltigt, förklara i så fall varför. Om argumentet inte är giltigt, ge i så fall ett motexempel. (6p)

**3**. Antag att vi kastar tre likadana vanliga sexsidiga tärningar. Vi tar inte hänsyn till tärningarnas ordning, så exempelvis betraktas $(3, 1, 3)$ och $(3, 3, 1)$ som samma utfall.

(a) Hur många utfall finns det där alla tärningarna visar olika? (2p)

(b) Hur många utfall finns det där precis två tärningar visar samma? (2p)

(c) Hur många utfall finns det totalt? (2p)

**4**. Ekorren Benjamin försökte gömma sina hasselnötter inför vintern så att det fanns lika många nötter i varje gömställe. Om han använde åtta gömställen blev det en hasselnöt över, och om han använde elva gömställen blev det två hasselnötter över. Vilket är minsta antalet hasselnötter som Benjamin kan ha haft inför vintern? (6p)

**Var god vänd!**

**5**. Hur många olika ”ord” med fem bokstäver kan bildas med hjälp av bokstäverna i ordet GIRAFFBIFFAR,

(a) om samma bokstav får förekomma högst en gång? (2p)

(b) om varje bokstav som används måste förekomma minst två gånger? (2p)

(c) om det inte finns några extra krav? (2p)

**6**. Låt $\star$ vara operatorn på $\mathbb{Z}_5$ given av $a \star b = ab + [3]a - [2]b - [1]$.

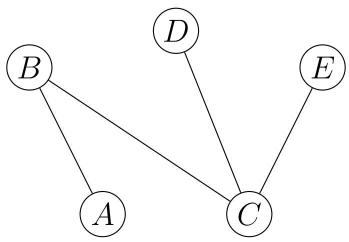
(a) Är $\star$ kommutativ? (2p)

(b) Har $\star$ någon identitet? (2p)

(c) Har $[2]$ någon invers med avseende på $\star$? (2p)

Bevis eller motexempel krävs i varje deluppgift.

**7**. Låt $G$ vara grafen i figuren nedan:




(a) Är $G$ ett träd? (2p)

(b) Är $G$ en bipartit graf? (2p)

(c) Har $G$ någon Eulerväg? (2p)

(d) Om vi bildar en ny graf $H$ utifrån $G$ genom att dra en ny kant från $E$, till vilka noder kan vi dra denna nya kant om vi vill att $H$ skall innehålla en Eulerväg? (2p)

Tänk på att alltid motivera dina svar ordentligt! Endast svar ger inte poäng.

**8**. (a) Låt som vanligt $\Phi(n)$ beteckna Eulers $\Phi$-funktion, och beräkna $\Phi(500)$. (2p)

(b) Bestäm det minsta positiva heltalet $x$ som uppfyller $x \equiv 7^{1602} \mod 500$. Var noggrann med att kontrollera att förutsättningarna är uppfyllda för eventuella satser du använder. (3p)

**Lycka till!**