

Examinator: Märten Wadenbäck

Telefonvakt: Mattias Lennartsson, telefon: x5325

Hjälpmedel: Penna, suddgummi, linjal, pennvässare

För betyget tre kvävs minst 20 poäng, för betyget fyra krävs minst 30 poäng, och för betyget fem krävs minst 40 poäng. Resultatet meddelas i LADOK senast 2018-04-26. Tid och plats för visning kommer att anslås på kurshemsidan senast samma datum.

OBS: Skriv tydligt och luftigt, på *en* sida av varje pappersark. Behandla högst en uppgift per sida. Motivera dina svar väl. Det är i huvudsak motiveringarna och beräkningarna som ger poäng, inte svaret. Ofullständig eller bristfällig lösning kan ändå ge delpoäng, så försök även om du är osäker. Numrera de inlämnade bladen *efter* att du sorterat dem! Använd inte röd penna, men gärna annan färg.

1. Avgör huruvida följande argument är giltigt eller ej:

$$\frac{\begin{array}{l} (r \rightarrow t) \vee q \\ \neg q \rightarrow \neg(t \vee \neg q) \\ (r \vee p) \rightarrow t \end{array}}{q \vee t}$$

Om argumentet är giltigt, förklara i så fall varför. Om argumentet inte är giltigt, ge i så fall ett motexempel. (6p)

2. Gäller det för alla $n \in \mathbb{Z}_+$ att

$$1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}?$$

Bevis eller motexempel krävs för att få poäng. (7p)

3. Hur många olika ”ord” kan bildas med hjälp av bokstäverna i VIOLINGNISSEL,

(a) om alla bokstäverna utom V skall användas och det måste stå LINGON någonstans i ”ordet”? (2p)

(b) om ”ordet” skall innehålla precis fyra bokstäver och minst tre av dem skall vara olika? (2p)

(c) om alla bokstäverna skall användas och E måste stå intill både G och V? (2p)

4. Ett fullsatt direktåg går som vanligt sönder någonstans längs resan, och passagerarna måste därefter fortsätta med buss. Tåget består av ett antal sittvagnar med vardera 57 passagerare, samt en restaurangvagn med 11 passagerare. Ersättningsbussarna, som tar vardera 52 passagerare, fylls på en efter en och åker iväg när de är fyllda. I den sista bussen finns 9 passagerare. Hur många passagerare är med på resan (de är färre än tusen)? (6p)

Var god vänd!

5. Låt \mathcal{L} vara operatoren på \mathbb{R} given av $a\mathcal{L}b = (2a + 1)b - a(b - 1)$.

(a) Är \mathcal{L} kommutativ? (2p)

(b) Har \mathcal{L} någon identitet? (2p)

(c) Finns det några element $a \in \mathbb{R}$ som har en invers med avseende på \mathcal{L} ? Om det finns, ange i så fall inversen. Om det inte finns, förklara varför. (3p)

Bevis eller motexempel krävs i varje deluppgift.

6. (a) Låt som vanligt $\Phi(n)$ beteckna Eulers Φ -funktion, och beräkna $\Phi(432)$. (2p)

(b) Bestäm alla heltal x som uppfyller $x \equiv 5^{723} \pmod{432}$. Glöm inte att kontrollera att förutsättningarna är uppfyllda för eventuella satser du använder. (3p)

7. Låt \mathcal{R} vara relationen på \mathbb{N} som definieras av att $a\mathcal{R}b$ precis då $a^2 - b^2$ är ett primtal.

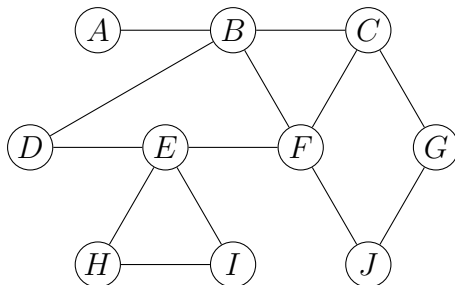
(a) Är \mathcal{R} transitiv? (2p)

(b) Är \mathcal{R} antisymmetrisk? (2p)

(c) Är det sant att $a\mathcal{R}b$ medför att $a + b$ också är ett primtal? (2p)

Bevis eller motexempel krävs i varje deluppgift.

8. Låt M vara grafen i figuren nedan:



(a) Har M någon Eulercykel? Om inte, går det att lägga till en kant så att grafen får en Eulercykel? (3p)

(b) Har M någon inducerad delgraf med åtta noder, som är ett träd? (4p)

Tänk på att alltid motivera dina svar ordentligt! Endast svar ger inte poäng.

Lycka till!