

Examinator: Märten Wadenbäck

Telefonvakt: Helga Kristin Olafsdottir, telefon: x5325

Hjälpmedel: Penna, suddgummi, linjal, pennvässare

För betyget tre kvävs minst 20 poäng, för betyget fyra krävs minst 30 poäng, och för betyget fem krävs minst 40 poäng. Resultatet meddelas i LADOK senast 2018-09-21. Tid och plats för visning kommer att anslås på kurshemsidan senast samma datum.

OBS: Skriv tydligt och luftigt, på *en* sida av varje pappersark. Behandla högst en uppgift per sida. Motivera dina svar väl. Det är i huvudsak motiveringarna och beräkningarna som ger poäng, inte svaret. Ofullständig eller bristfällig lösning kan ändå ge delpoäng, så försök även om du är osäker. Numrera de inlämnade bladen *efter* att du sorterat dem! Använd inte röd penna, men gärna annan färg.

1. Gäller det för alla heltal $n \geq 1$ att

$$\sum_{k=1}^n 3k(k-1) = (n-1)n(n+1)?$$

Bevis eller motexempel krävs för att få poäng.

(7p)

2. Avgör huruvida följande argument är giltigt eller ej:

$$\frac{\begin{array}{l} \neg p \rightarrow r \\ \neg r \rightarrow q \\ p \vee q \\ \neg(r \wedge p \wedge \neg q) \end{array}}{q}$$

Om argumentet är giltigt, förklara i så fall varför. Om argumentet inte är giltigt, ge i så fall ett motexempel.

(6p)

3. Antag att vi drar tre kort ur en vanlig kortlek utan jokrar (de fyra färgerna ♥♠♦♣ och 13 olika valörer).

(a) Bestäm antalet utfall där alla de dragna korten tillhör samma färg.

(2p)

(b) Bestäm antalet utfall där precis två av de dragna korten har samma valör.

(2p)

(c) Bestäm antalet utfall där de tre korten bildar en stege, dvs tre olika valörer i direkt följd (exempelvis Ess-2-3, 6-7-8, 10-Knekt-Dam, och Dam-Kung-Ess, men *inte* Kung-Ess-2 eller 5-7-Dam).

(2p)

4. En karavan transporterade hattar och stövlar (dubbelt så många stövlar som hattar, dvs lika många hattar som *par* stövlar) genom skogen, när den plötsligt blev överfallen av 15 rövare. Alla rövare tog lika många stövlar vardera, och det blev tre stövlar över. Rövarens ledare var väldigt stolt över sin yviga kalufs och ville inte ha någon hatt, men de andra tog lika många hattar vardera, och det blev fem hattar över. Vad är minsta antalet hattar som karavanen kan ha transporterat?

(6p)

Var god vänd!

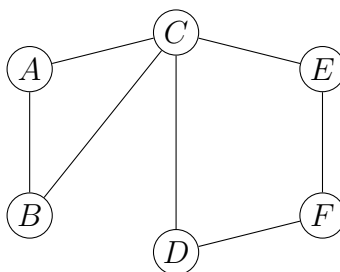
5. Hur många olika "ord" med åtta bokstäver kan bildas med hjälp av bokstäverna i ordet KRUTDURK,
- (a) om det inte finns några extra krav? (2p)
 - (b) om första bokstaven måste vara K eller D? (2p)
 - (c) om om KURR måste förekomma någonstans i alla orden? (2p)

6. Låt \star vara operatoren på $\mathbb{R}_+ = \{x \in \mathbb{R} : x > 0\}$ given av $x \star y = x^2y + xy^2$.

- (a) Är \star kommutativ? (2p)
- (b) Är \star associativ? (2p)
- (c) Har \star någon identitet? (2p)

Bevis eller motexempel krävs i varje deluppgift.

7. Låt G vara grafen i figuren nedan:



- (a) Är G ett träd? (1p)
- (b) Är G en bipartit graf? (2p)
- (c) Har G någon Eulerväg? (2p)
- (d) Av alla inducerade delgrafer till G med fyra noder, hur många är träd? (3p)

Tänk på att alltid motivera dina svar ordentligt! Endast svar ger inte poäng.

8. (a) Låt som vanligt $\Phi(n)$ beteckna Eulers Φ -funktion, och beräkna $\Phi(344)$. (2p)
- (b) Bestäm alla heltal x som uppfyller $x \equiv 3^{2018} \pmod{344}$. Var noggrann med att kontrollera att förutsättningarna är uppfyllda för eventuella satser du använder. (3p)

Lycka till!