

MATEMATIK

Chalmers Tekniska Högskola

Tentamen i Linjär algebra IT, TMV205, 2005-08-24.

Tentamen i Matematik IT, del B, TMA245, 2005-08-24.

Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.

Telefonvakter: Mikael Persson & Jonas Hartwig, 0762-721860.

OBS: Ange personnummer och namn på omslaget.
Ange namn och personnummer på *varje* inlämnat blad.
Motivera dina svar väl. Det är i huvudsak beräkningarna och motiveringarna som ger poäng inte svaret.
För betyget 3 krävs minst 20 poäng sammanlagt, för 4 krävs 30 poäng och för 5 krävs 40 poäng.

1. Lös ekvationssystemet

$$\begin{cases} x + 2y + 2z = 5 \\ 2x + 2y + 5z = 9 \\ 3x + 12y + 3z = 18 \end{cases}$$

med hjälp av Gausselimination.

(6p)

2. Är de tre vektorerna $(1 \ 2 \ 2)^t$, $(2 \ 2 \ 5)^t$ och $(1 \ 4 \ 1)^t$ linjärt oberoende? Motivering krävs.

(6p)

3. Bestäm avståndet från punkten $(1, 2, 0)$ till linjen

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$$

(6p)

4. (a) Beräkna egenvärden och egenvektorer till matrisen $A = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

(b) Beskriv geometriskt vad den linjära avbildningen som svarar mot matrisen A är. Din beskrivning bör innehålla något av orden projektion, spegling eller rotation.

(8p)

5. Vad är matrisen för den linjära avbildning i planet som består av en rotation $\pi/4$ radianer moturs runt origo följt av spegling i linjen $y = x$?

(6p)

6. Låt S vara den matris som svarar mot den linjära avbildning i rummet som ges av ortogonal projektion på planet $z = 0$. Ge alla egenvärden och egenvektorer till S . Ditt svar ska motiveras.

(6p)

Var god vänd!

7. Antag att \mathbf{u} och \mathbf{v} är två vektorer som bildar vinkeln $\pi/3$ radianer och vars längder uppfyller att \mathbf{u} är dubbelt så lång som \mathbf{v} . Vad är (minsta) vinkeln mellan vektorerna $\mathbf{u} + \mathbf{v}$ och $\mathbf{u} - \mathbf{v}$? (6p)
8. På sidorna i en godtycklig parallelogram ritas kvadrater som alla ligger utanför parallelogrammen. Visa att mittpunkterna i dessa kvadrater är hörn i en ny kvadrat. (6p)

Tentorna beräknas vara färdigrättade den 6 september. Resultaten anslås i källaren på Matematiskt Centrum och tentorna kan avhämtas i mottagningsrummet på Matematiskt Centrum mellan 12:30 och 13:00 varje vardag.

LYCKA TILL!

Stefan.