

Affina avbildningar

Teoriövningar

- Bestäm matriserna för följande linjära avbildningar.
 - i två dimensioner
 - Rotation moturs θ radianer kring origo.
 - Skalning med en faktor s .
 - Ortogonal projektion på x -axeln respektive y -axeln.
 - i tre dimensioner
 - Rotation moturs θ radianer kring z -axeln.
 - Skalning med en faktor s .
 - Ortogonal projektion på xy -planet, yz -planet respektive xz -planet.
- När man sysslar med (dator)-grafik är utöver linjära avbildningar också translationer mycket viktiga. En translation med en vektor \mathbf{b} , $T_{\mathbf{b}}$ är helt enkelt addition med vektorn \mathbf{b} :

$$T_{\mathbf{b}}(\mathbf{x}) = \mathbf{x} + \mathbf{b}.$$

- Visa att en translation **inte** är en linjär avbildning (om $\mathbf{b} \neq \mathbf{0}$).
 - Låt $f(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$ vara en linjär avbildning med matrisen $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$. Beräkna $T_{\mathbf{b}} \circ f(\mathbf{x})$ och $f \circ T_{\mathbf{b}}(\mathbf{x})$. När är de lika?
- En affin avbildning är en (godtycklig) sammansättning av en linjär avbildning och en translation.
 - Visa att om f är en affin avbildning så finns det matris A och vektor \mathbf{b} sådana att $f(\mathbf{x}) = A\mathbf{x} + \mathbf{b}$.
 - Visa att sammansättningen av två linjära avbildningar är en linjär avbildning. Vilken räkneregel är det ni utnyttjar?
 - Visa att sammansättningen av två affina avbildningar är en affin avbildning.
 - Låt f_t vara funktionen som roterar t radianer moturs runt punkten $(1, 1)$. Visa att f_t är en affin avbildning genom att bestämma en matris A_t och en vektor \mathbf{b}_t sådana att

$$f_t(\mathbf{x}) = A_t\mathbf{x} + \mathbf{b}_t.$$

Datorövningar

- Konstruera Matlab-funktioner som
 - har argument s och ger den 2×2 -matris som svarar mot skalning med s .

- (b) har argument t och ger den 2×2 -matris som svarar mot rotation t radianer moturs.
2. (a) Konstruera en funktion som har tre argument: A , \mathbf{b} och \mathbf{x} där A är en 2×2 -matris och \mathbf{b} och \mathbf{x} är 2-vektorer. Funktionen ska plotta punkterna \mathbf{x} och $A\mathbf{x} + \mathbf{b}$.
- (b) Samma som första deluppgiften fast plotta de två punkterna i två delfönster genom att använda 'subplot'.
3. Samma som uppgift 2 fast låt nu istället X vara en 'vektor' av n punkter lagrade som en $2 \times n$ -matris. Funktionen ska rita den polygon med punkterna i X som hörn samt motsvarandes polygon då man tar $A\mathbf{x} + \mathbf{b}$ för de olika punkterna \mathbf{x} i X . Exempelvis ska

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

ge enhetskvadraten. Testa din funktion med lite olika matriser (t ex de från första uppgiften), vektorer \mathbf{b} och polygoner X . Ett tips är att ta en lite oregelbunden polygon för att bättre se effekterna av den affina avbildningen. Använd gärna kommandot 'axis' (kanske i kombination med 'max' och 'min') för att få lämpliga gränser för graferna.

4. I den här uppgiften kommer du att ha användning av kommandona 'getframe' och 'movie' (samt en funktion som du gjort själv redan).
- (a) Gör en film som illustrerar en sekundvisare.
- (b) Utöka så att den också har minut- och timvisare. (Här tillåter du lämpligen tiden att gå snabbare (för att få lite "action") samt hoppar några sekunder i taget (för att inte göra slut på minnet)).

Uppgift 2 bland teoriuppgifterna samt uppgift 3 bland datoruppgifterna ska redovisas skriftligt till Stefan. Sista inlämningsdag är måndagen den 2 februari. Instruktioner för redovisningen finns på hemsidan.