Sammanfattning föreläsning 5, Linjär algebra IT, VT2010

Ekvation på normalform för ett plan med normal $\mathbf{n} = \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix}$ är $Ax+By+Cz+D = 0$.

Ekvation på paramterform för ett plan som innehåller vektorerna $\mathbf{u}$ och $\mathbf{v}$ samt punkten $P_0 = (x_0, y_0, z_0)$ är

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} + s\mathbf{u} + t\mathbf{v}.$$

Avståndet ifrån en punkt P till linjen L som innehåller punkten R ges av

$$d = \sqrt{\left\|\overrightarrow{RP}\right\|^2 - \left\|\overrightarrow{RP}_L\right\|^2}.$$

Avståndet ifrån en punkt $P = (x, y, z)$ till planet $Ax + By + Cz + D = 0$ ges av

$$d = \frac{|Ax + By + Cz + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

Om A och B är 3×3-matriser så är $A \cdot B = AB = \begin{pmatrix} A\mathbf{b}_1 & A\mathbf{b}_2 & A\mathbf{b}_3 \end{pmatrix}$. För produkten $C = AB$ gäller att

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik} \cdot b_{kj}, \quad \text{för} \ \ 1 \leq i, j \leq n.$$

Räkneregler för matrismultiplikation

1. $A(cB) = c(AB) = (cA)B$
2. $A(B + C) = AB + AC$
3. $(B + C)A = BA + CA$
4. $A(B\mathbf{v}) = (AB)\mathbf{v}$
5. $A(BC) = (AB)C$

Observera dock att $AB \neq BA$ i allmänhet.
Transponatet av A, A^t, är den matris som har elementen

$$a^t_{ij} = a_{ji},$$

där a^t_{ij} är element (i, j) i A^t. En kvadratisk matris A är symmetrisk om $A = A^t$.

1. $(A^t)^t = A$
2. $(A + B)^t = A^t + B^t$
3. $(c \cdot A)^t = c \cdot A^t$
4. $(AB)^t = B^t A^t$