

## MATEMATIK

Chalmers Tekniska Högskola

Tentamen i Linjär algebra IT, TMV206, 2011-08-24.

Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa.

Telefonvakt: Ida Säfström, 0703-088304.

---

**OBS:** Motivera dina svar väl. Det är i huvudsak beräkningarna och motiveringarna som ger poäng inte svaret.  
För betyget 3 krävs minst 25 poäng sammanlagt, för 4 krävs 35 poäng och för 5 krävs 45 poäng inklusive bonuspoäng.

---

1. Vektorerna  $\mathbf{u} = (1 \ -2 \ 3)^t$  och  $\mathbf{v} = (-1 \ 3 \ 1)^t$  är givna.

(a) Vad är vinkeln mellan  $\mathbf{u}$  och  $\mathbf{v}$ .

(b) Vad är arean av parallelogrammen som  $\mathbf{u}$  och  $\mathbf{v}$  spänner upp?

(8p)

2. Lös ekvationssystemet

$$\begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 2x + 2y - z = 4 \\ 2x + 5y + 2z = 2 \end{cases}$$

med hjälp av Gausselimination.

(6p)

3. Bestäm ekvationen (på normalform) för ett plan som innehåller linjen

$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 3 + 2t. \end{cases}$$

(6p)

4. (a) Beräkna egenvärden och egenvektorer till matrisen  $A = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ .

(b) Beskriv geometriskt vad den linjära avbildning som svarar mot matrisen  $A$  är. Din beskrivning bör innehålla något av orden projektion, spegling eller rotation.

(8p)

5. Låt  $A$  vara matrisen (i standardbasen) för den linjära avbildning som består av rotation  $\frac{\pi}{4}$  radianer kring  $y$ -axeln i den riktning som bestäms av att positiva  $x$ -axeln vrids mot positiva  $z$ -axeln. Låt  $B$  vara matrisen för spegling i  $yz$ -planet. Beräkna matrisen för den linjära avbildning som först roterar enligt  $A$  och sedan speglar enligt  $B$ .

(8p)

Var god vänd!

6. Vektorn  $\mathbf{v} = (1 \ 3)^t$  är given. Bestäm alla vektorer som har längd 2 och som är sådana att vinkeln med  $\mathbf{v}$  är 45 grader. (8p)
7. Låt  $\mathbf{u}$  och  $\mathbf{v}$  vara egenvektorer till matrisen  $A$  med egenvärdena  $\mu$  respektive  $\lambda$  med  $\mu \neq \lambda$ . Visa att om  $\mathbf{x} = s\mathbf{u} + t\mathbf{v}$  är en linjärkombination av  $\mathbf{u}$  och  $\mathbf{v}$  med  $s \neq 0$  och  $t \neq 0$  så är  $\mathbf{x}$  inte en egenvektor till  $A$ . (6p)

Tentorna beräknas vara färdigrättade den 9 september. Efter det kan tentorna avhämtas på expeditionen för Matematiska vetenskaper mellan 8:30 och 13:00 varje vardag.

LYCKA TILL!

Stefan.