Sammanfattning föreläsning 1, Linjär algebra IT, VT2011

En geometrisk vektor $\mathbf{v}$ är ett objekt med egenskaperna längd, $\|\mathbf{v}\| > 0$ och riktning. Undantag är nollvektorn som har längd 0 och som saknar riktning. En vektor från en punkt A till en punkt B betecknas $\overrightarrow{AB}$.
Multiplikation med tal (skalär), $c\mathbf{v}$, ges av

- $\|c\mathbf{v}\| = |c|\,\|\mathbf{v}\|$.
- Om $c > 0$ så har $c\mathbf{v}$ samma riktning som $\mathbf{v}$.
- Om $c < 0$ så har $c\mathbf{v}$ motsatt riktning mot $\mathbf{v}$.

Summan av vektorerna $\mathbf{u} = \overrightarrow{AB}$ och $\mathbf{v} = \overrightarrow{BC}$ är vektorn $\mathbf{u} + \mathbf{v} = \overrightarrow{AC}$.
Räkneregler för operationerna

1. $\mathbf{u} + \mathbf{v} = \mathbf{v} + \mathbf{u}$ (kommutativ)
2. $(\mathbf{u} + \mathbf{v}) + \mathbf{w} = \mathbf{u} + (\mathbf{v} + \mathbf{w})$ (associativ)
3. $c(\mathbf{u} + \mathbf{v}) = c\mathbf{u} + c\mathbf{v}$ (distributiv)
4. $(c + d)\mathbf{v} = c\mathbf{v} + d\mathbf{v}$ (distributiv)
5. $c(d\mathbf{v}) = (cd)\mathbf{v}$

En vektor med längden 1 kallas för en enhetsvektor. Givet en vektor $\mathbf{v}$ får man en enhetsvektor med samma riktning som

$$\frac{1}{\|\mathbf{v}\|}\mathbf{v}.$$

En linjärkombination av $\{\mathbf{v}_i : 1 \leq i \leq n\}$ är en vektor $\mathbf{v}$ på formen

$$\mathbf{v} = \sum_{i=1}^{n} a_i \mathbf{v}_i,$$

där $a_i \in \mathbb{R}$.
Skalärprodukten $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$ är **talet**

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = \|\mathbf{u}\|\,\|\mathbf{v}\| \cdot \cos\alpha.$$

Två vektorer $\mathbf{u}$ och $\mathbf{v}$ är ortogonala om och endast om $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 0$.
Längden är relaterad till skalärprodukt genom $\|\mathbf{v}\|^2 = \mathbf{v} \cdot \mathbf{v}$.
Den ortogonala projektionen av en vektor $\mathbf{v}$ på linjen L, $\mathbf{v}_L$, definieras som den vektor som är parallell med L och sådan att $\mathbf{v} - \mathbf{v}_L$ är ortogonal mot L.