Sammanfattning föreläsning 5, Linjär algebra IT, VT2011

Fixera en 2×2-matris alternativt 3×3-matris A och låt V vara mängden av vektorer i planet alternativt mängden av vektorer i rummet beroende på storleken på A. Matrisavbildningen m a pA är då $f_A : V \longrightarrow V$

$$f_A(\mathbf{v}) = A\mathbf{v}.$$

Låt V och W vara två mängder av vektorer. En avbildning $f : V \longrightarrow W$ säges vara linjär om

$$\begin{cases} f(\mathbf{u}+\mathbf{v}) = f(\mathbf{u}) + f(\mathbf{v}), & \text{för alla } \mathbf{u}, \mathbf{v} \in V, \\ f(c\mathbf{v}) = c \cdot f(\mathbf{v}), & \text{för alla } \mathbf{v} \in V \ \text{ och } \ c \in \mathbb{R}. \end{cases}$$

(Bassatsen) Låt V vara alla vektorer i rummet och $f : V \longrightarrow V$ en linjär avbildning. Då gäller att $f = f_A$ för en matris A, d v s f är en matrisavbildning, och

$$A = \begin{pmatrix} f(\mathbf{e}_x) & f(\mathbf{e}_y) & f(\mathbf{e}_z) \end{pmatrix}.$$

Varje matrisavbildning är en linjär avbildning och omvänt är varje linjär avbildning på en mängd geometriska vektorer en matrisavbildning.
Låt $f(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$ och $g(\mathbf{x}) = B\mathbf{x}$. Då är sammansättningarna $f \circ g$ och $g \circ f$ linjära avbildningar med

$$f \circ g(\mathbf{x}) = (AB)\mathbf{x} \ \text{ och } \ g \circ f(\mathbf{x}) = (BA)\mathbf{x}.$$