

Lösningar Inledande övkrret matematik

20/8 - 14

$$1) \begin{array}{l} p \rightarrow r \\ \underline{q \rightarrow r} \\ p \vee q \rightarrow r \end{array}$$

slutsatsen falsk ger
 $r: F$ p eller $q: S$

$$p: S \Rightarrow p \rightarrow r: F$$

$$q: S \Rightarrow q \rightarrow r: F$$

motexempel går inte att finnas
tautologi

$$\begin{array}{l} p \vee q \\ \neg q \\ \underline{p \rightarrow r} \\ r \end{array}$$

slutsatsen falsk

$$r: F$$

$$p \rightarrow r: S \rightarrow p: F$$

$$\neg q: S \rightarrow q: F$$

$$p \vee q: F$$

motexempel skapas
tautologi

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \underline{q \rightarrow p} \\ p \vee q \end{array}$$

$$p \vee q: F \Rightarrow p: F, q: F$$

$$p \rightarrow q: S \quad q \rightarrow p: S$$

motex: $p: F, q: F$

ej tautologi

$$2) \quad 2^{12} \equiv (2^3)^4 = 8^4 \equiv 1^4 = 1$$

$$3^4 = (3^2)^2 = 9^2 \equiv 2^2 \cdot 3 = 4 \cdot 3 = 12 \equiv 5$$

$$1 + 5 = 6 \pmod{7}$$

$$3) \quad 34x - 26y = 10$$

$$17x - 13y = 5$$

Euklides algoritmen

$$17 = 13 + 4$$

$$13 = 3 \cdot 4 + 1$$

Bezouts ed

$$1 = 13 - 3 \cdot 4 = 13 - 3(17 - 13) = 4 \cdot 13 - 3 \cdot 17$$

$$5 = 20 \cdot 13 - 15 \cdot 17 = 20 \cdot 13 - 15 \cdot (17 + n \cdot 13 \cdot 17)$$

$$= h \cdot 13 \cdot 17$$

$$\text{Lösning: } \begin{cases} x = 13n - 15 \\ y = -20 + 17n \end{cases}$$

$$\text{eller } \begin{cases} x = 13n - 2 \\ y = 17n - 3 \end{cases}$$

$$\text{eller } \begin{cases} x = 11 + 13n \\ y = 14 + 17n \end{cases}$$

$$4) \sum_{k=1}^n k(k-1) = \frac{n(n+1)(n-1)}{3}$$

Beweis Induktion

Basfall $n=1$ v.l. = $\sum_{k=1}^1 k(k-1) = 1 \cdot 0 = 0$

u.l. = $\frac{1 \cdot 2 \cdot 0}{3} = 0$

Induktionsschritt Annahme ok für n . Für $n+1$ war

$$\text{v.l.} = \sum_{k=1}^{n+1} k(k-1) = \sum_{k=1}^n k(k-1) + (n+1)n =$$

$$= \frac{n(n+1)(n-1)}{3} + (n+1)n = n(n+1) \left(\frac{n-1}{3} + 1 \right) =$$

$$= n \frac{(n+1)(n-1+3)}{3} = n \frac{(n+1)(n+2)}{3}$$

$$\text{u.l.} = \frac{(n+1)(n+2)n}{3}$$

5)

$[x]$	$[x]^2 - 2[x] - [1]$	$i \in \mathbb{Z}_7$
-------	----------------------	----------------------

[0]	[6]
-----	-----

[1]	[5]
-----	-----

[2]	[6]
-----	-----

[3]	[2]
-----	-----

[4]	[0]
-----	-----

[5]	[0]
-----	-----

[6]	[2]
-----	-----

Skizze:

$$[x] = [4] \text{ oder}$$

$$[5]$$

6) Talrökerna kan bestämmas på

17 · 16 · 13 · 12 · 11 sätt

a) manliga statister $\binom{10}{7}$

b) blandade $\binom{10}{2} \binom{15}{5} + \binom{10}{7} \binom{15}{8} + \binom{10}{4} \binom{15}{7} + \binom{10}{5} \binom{15}{2}$

7) g ej surjektiv betyder $\exists y$ s.a.

$g(x) \neq y \quad \forall x$ speciellt för $x = f(z)$

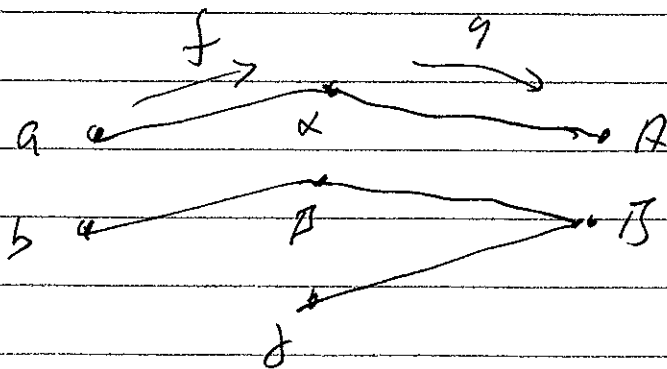
så $g \circ f$ ej surjektiv.

Om f inte injektiv från $Z_1 \neq Z_2$ s.a.

$f(z_1) = f(z_2)$ och då är

$g \circ f(z_1) = g \circ f(z_2)$ så $g \circ f$ inte injektiv.

Ett exempel som visar både påståenden är



$$(f \circ g)(a) = A$$

$$(f \circ g)(b) = B$$

$$f(a) = \alpha, \alpha$$

$$f(b) = \beta$$

$$g(\alpha) = A \quad g(\beta) = B \quad g(\gamma) = C$$

7) Kalla heltalen m och n .

$$m^2 - n^2 = (m+n)(m-n)$$

$$\text{○ } 2 \mid (m+n)(m-n) \Rightarrow 2 \mid m+n \text{ eller } 2 \mid m-n$$

○
● Nu är $m+n = m-n + 2n$

○
● så 2 delar båda faktorerna och

$$4 \mid (m+n)(m-n)$$

Svar Nej