Lösningar Inledande diskret matematik
21/8 -17

1) $p \to r$ F $\Leftrightarrow$ p: S r: F

För den första blir då q: S $(p \to q$: S$)$
och $q \to r$: F om
Motexempel saknas tautologi

För den andra: q: S $r \wedge \neg q$: F
tautologi

För den tredje q: S $r \wedge q$: F tautologi

2) $16x - y = 12$

Bezout: $1 = 16 - 15 \cdot 1$

$12 = 16 \cdot 12 - 180 \cdot 1$

$= 16 \cdot 12 - 180 \cdot 1 + n \cdot 16 \cdot 1 - n \cdot 16 \cdot 1$

$= 16(12 - n) - (180 - 16n)$

$\begin{cases} x = 12 - n \\ y = 180 - 16n \end{cases}$ eller $\begin{cases} x = 0 - n \\ y = -12 - 16n \end{cases}$

3) $17 = 13 + 4$

$13 = 3 \cdot 4 + 1$

Bezout: $1 = 13 - 3 \cdot 4 = 13 - 3(17 - 13)$

$= 4 \cdot 13 - 3 \cdot 17$

$x = 2 \cdot 4 \cdot 13 - 3 \cdot 3 \cdot 17 + n \cdot 13 \cdot 17 =$

$= -49 + n \cdot 221$ eller $172 + n \cdot 221$

4) 23 bokstäver

5	S
3	E
4	T
2	N

Svar: $\dfrac{23!}{5!\,4!\,3!\,2!}$

5) basfall $x_0 = 1 = 3^0 = 3^n$

$(x_1 = 2 + 1 = 3 = 3^1 = 3^n)$

induktionssteg ~~Om olikh~~ $x_n > 0$ uppenbart. Om olikheten gäller för x_n får vi $x_{n+1} = 2x_n + 1 \leq 2 \cdot 3^n + 1$

$< 2 \cdot 3^n + 3^n = 3 \cdot 3^n = 3^{n+1}$

6) R är reflexiv : $xRx \Leftrightarrow f(x) = f(x)$

R är symmetrisk : $xRy \Leftrightarrow f(x) = f(y) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow f(y) = f(x) \Leftrightarrow yRx$

R är transitiv : $xRy \wedge yRz \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow f(x) = f(y) \wedge f(y) = f(z) \Rightarrow f(x) = f(z) \Rightarrow$

$\Rightarrow xRz$

För f_1 är mängden av

ekvivalensklasser bijektiv med $[0,1)$

(Samma heltalsdel, olika bråkdelar)

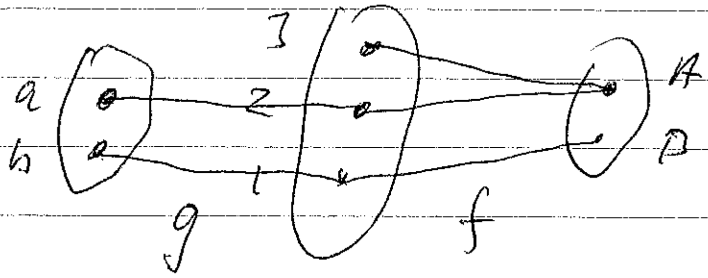
För f_2 är ekvivalensklasserna bijektiva

med $\mathbb{Z}$ (Samma bråkdel, olika

heltalsdelar)

$[x]_{f_1} = [x-n]$, $[x]_{f_2} = [n]$

7) Nej, motexempel:



$g(a) = 2$, $g(b) = 1$, $f(1) = B$, $f(2) = f(3) = A$

$f \circ g(a) = A$, $f \circ g(b) = B$

8) Låt oss kalla siffrorna x_k

Då är talet $\sum_{k=0}^{n} x_k 10^k$

och det permuterade talet $\sum_{k=0}^{n} x_k 10^l$

Skillnaden är $\sum_{k=0}^{n} x_k (10^k - 10^l)$

Antag $k > l$ så blir $(10^k - 10^l) =$
$= 10^l (10^k - 1)$ vilket är delbart med 9
och om $k < l$ får man istället ett negativt tal delbart med 9