

Lösningar Inledande diskret matematik 25/10
-14

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ p \vee q \\ \hline q \end{array}$$

Matris? $q: \bar{F}$

$p \vee q: S$ där $p: S$

$p \rightarrow q: \bar{F}$

således, tautologi

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ p \vee \bar{q} \\ \hline q \end{array}$$

Matris? $q: \bar{F}$

$p: \bar{F}$

$p \vee \bar{q}: S$

$p \rightarrow q: S$

ej tautologi

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \neg(p \vee q) \\ \hline q \end{array}$$

Matris? $q: \bar{F}$

$p: \bar{F}$

$\neg(p \vee q): S$

$p \rightarrow q: S$

ej taut.

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ p \wedge q \\ \hline q \end{array}$$

Matris? $q: \bar{F}$

gör $p \wedge q: \bar{F}$

således, tautologi

$$2) \quad 2^2 = 2^4 \cdot 2^3 = 16 \cdot 8 \equiv 5 \cdot 8 = 40 \equiv 7$$

$$3^8 = (3^3)^2 \cdot 3^2 = 27^2 \cdot 9 \equiv 5^2 \cdot 9 \equiv 3 \cdot 9 \equiv 5$$

Svar: $7 + 5 \equiv 1 \pmod{11}$

$$3) \quad 12x + 74y = 16$$

$$6x + 37y = 8$$

$$1 = 37 - 6 \cdot 6$$

$$8 = 8 \cdot 37 - 48 \cdot 6 + n \cdot 6 \cdot 37 - n \cdot 6 \cdot 37$$

$$\begin{cases} x = -48 + 37n \\ y = 8 - 6n \end{cases}$$

$$\text{eller } \begin{cases} x = -11 + 37n \\ y = 2 - 6n \end{cases}$$

4) SKRÄDDARLÄRLING

15 bokstöver

3 A R

2 A Å

2 A D

2 A L

$$\text{Svar: } \frac{15!}{3! \cdot 2^3}$$

$$5) \quad f \text{ Rg} \Leftrightarrow f(0) + f(1) = g(0) - g(1)$$

R är onto reflexiv ty

$$\begin{aligned} f \text{ Rf} &\Leftrightarrow f(0) + f(1) = f(0) - f(1) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow f(1) = 0 \end{aligned}$$

så $f(x) = 1$ är ett motexempel

R är inte symmetrisk; motexempel:

$$f(x) = x + 2, \quad g(x) = -5x$$

$$fRg \Leftrightarrow f(0) + f(1) = g(0) - g(1) \Leftrightarrow$$

$$2 + 3 = 0 - (-5) \quad \text{OK}$$

$$gRf \Leftrightarrow g(0) + g(1) = f(0) - f(1) \Leftrightarrow$$

$$0 - 5 = 2 - 3 \quad \text{inte sant}$$

R är inte ~~symmetrisk~~ ^{transitiv}, motexempel:

$$f(x) = x, \quad g(x) = -x^2, \quad h(x) = x^2$$

$$fRg \Leftrightarrow 0 + 1 = 0 - (-1) \quad \text{OK}$$

$$gRh \Leftrightarrow 0 - 1 = 0 - 1 \quad \text{OK}$$

$$\text{men } fRh \Leftrightarrow 0 + 1 = 0 - 1 \quad \text{inte sant.}$$

$$6) \quad [2]x = [9]$$

$$17 = 8 \cdot 2 + 1$$

$$1 = -8 \cdot 2 + 17$$

$$[2]^{-1} = [-8] = [9]$$

$$x = [9]^{-1} = [8] = [-4] = [13]$$

7) Induktion: $n=2$:

$$3+2^2=5 < 9=3^2$$

Antag $3+2^n < 3^n$

De har vi $3+2^{n+1} = 3+2^n+2^n < (\text{ind. ant.})$

$$< 3^n+2^n < 3^n+3^n = 2 \cdot 3^n < 3^{n+1}$$

$$8) \sum_{k=0}^n \binom{n}{k}^2 = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \binom{n}{n-k} = \binom{2n}{n}$$

fy ~~men~~ detta kan ses som att välja

n element bland $2n$ genom att dela upp

de $2n$ i två mängder n och n och på

alla möjliga sätt ta k ur en mängd

och $n-k$ ur den andra