Lösningar Inledande diskret matematik 26/10-13

1) $\begin{array}{c} (p \vee \neg q) \\ \underline{r \wedge q} \\ p \wedge r \end{array}$

sök motex.

$\left.\begin{array}{l} p \wedge r : F \\ r \wedge q : S \end{array}\right\} \rightarrow \begin{array}{l} r : S \quad p : F \\ q : S \end{array}$

vilket ger $p \vee \neg q : F$

motex. saknas tautologi

$\begin{array}{c} p \vee q \\ \underline{q} \\ p \end{array}$

motex:

$p : F,\ q : S \quad (p \vee q : S)$

inte tautologi

$\begin{array}{c} p \wedge \neg q \\ \underline{r \wedge q} \\ p \wedge q \end{array}$

motex:

$r \wedge q : S \rightarrow r : S,\ q : S$

$p \wedge q : F \rightarrow p : F$

$p \wedge \neg q : F$ motex. saknas

tautologi

$\begin{array}{c} p \wedge \neg q \\ \underline{r \wedge q} \\ \neg p \end{array}$

motex:

$r \wedge q : S \rightarrow r : S,\ q : S$

$\neg p : F \rightarrow p : S$

$p \wedge \neg q : F$ motex. saknas

tautologi

2) $39x - 33y = 15$

$13x - 11y = 5$

Euklides alg:

$13 = 11 + 2$
$11 = 5 \cdot 2 + 1$

Bezouts id

$1 = 11 - 5 \cdot 2 = 11 - 5(13 - 11) = 6 \cdot 11 - 5 \cdot 13$

$5 = 30 \cdot 11 - 25 \cdot 13 + n \cdot 13 \cdot 11 - n \cdot 13 \cdot 11$

$$\begin{cases} x = -25 - 11n \\ y = -30 - 13n \end{cases}$$

eller $\begin{cases} x = 8 + 11n \\ y = 9 + 13n \end{cases}$

3) $\begin{cases} x \equiv 3 \bmod 7 \\ x \equiv 2 \bmod 11 \end{cases}$

Euklides alg.

$11 = 7 + 4$
$7 = 4 + 3$
$4 = 3 + 1$

Bezouts id

$1 = 4 - 3 = 4 - (7 - 4) = 2 \cdot 4 - 7 =$

$= 2(11-7)-7 = 2\cdot 11 - 3\cdot 7$

$X = 2\cdot 3\cdot 11 - 3\cdot 2\cdot 7 + n\cdot 7\cdot 11 =$

$= 6(11-7) + n\cdot 77 = \underline{\underline{24 + n\cdot 77}}$

4) Basfall $n = 1$

$$\sum_{k=1}^{2} k = 1+2 = 3$$

$\cancel{1}(2\cdot 1+1) = 3$

Induktionssteg: Antag formeln sann för n. För $n+1$ har vi

$$V.L. = \sum_{k=0}^{2(n+1)} k = \left(\sum_{k=0}^{2n} k\right) + 2n+1 + 2n+2 =$$

$= n(2n+1) + (2n+1) + (2n+2) =$

$(n+1)(2n+1) + (2n+2) = (n+1)(2n+1+2) =$

$= (n+1)(2n+3) = (n+1)(2(n+1)+1) = H.L.$

5) Vi skalle ha par i en valör

$13\binom{4}{2}$ och tröss i en annan $12\cdot 4$

$\left(=12\binom{4}{3}\right)$ Svar: $\underline{\underline{13\binom{4}{2}12\cdot 4}}$

6) $[15]^{15}x=[2]$

$[15][15]^{15}x=[15]^{\Phi(17)}x=x=[15][2]=[30]=\underline{\underline{[13]}}$

alt:

$[15]^{15}=[15^2]^7[15]=[225]^7[15]=$

$=[4]^7[15]=[16]^3[4][15]=[-1][4][15]=[-1][4][-2]=$

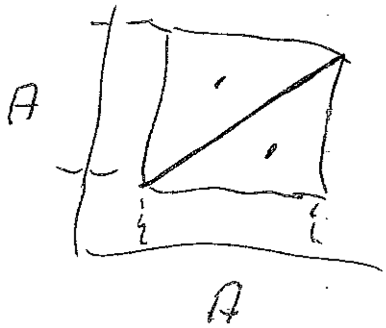
$=[8]$

~~2·8-15~~ $17-2\cdot 8=1$

$[8]^{-1}=[-2]$

$x=[-2][2]=[-4]=[13]$

7) Antalet relationer är antalet delmängder av $A \times A$, dvs 2^{n^2}



relationen ~~symmetrisk~~ reflexiv betyder att "diagonalen" med n element ingår i delmängden $\{(x,x);\ x \in A\}$

att relationen är symmetrisk betyder att om vi tar med ett par (x,y) följer (y,x) automatiskt. Det handlar alltså om delmängder av $\frac{n(n-1)}{2} = \frac{n^2-n}{2}$ element.

Svar $2^{\frac{n(n-1)}{2}}$

8)

$n + m = nm$

$n = m(n-1)$

så $n-1 \mid n$

minsta möjliga kvot är 2

$(n = 2(n-1) \Rightarrow n = 2)$

$n = m = 2$ och större kvoter är omöjliga eftersom skillnaden mellan $n-1$ och n är bara 1