Inga lösningar erhållna!

Matematik Chalmers

Tentamen Diskret Matematik – IT, TMV200, HT06, Laura Fainsilber
den 14 april 2007, kl. 8.30–12.30

hjälpmedel: Inga hjälpmedel

Telefonvakt: Mikael Persson och Oscar Marmon, tel. 0762-721860 och 0762-721861

Förklara i detalj hur du resonerar och räknar. Poäng ges inte bara för svaren, utan för fullständig förklaring av lösningarna.

1. Betrakta mängden av alla påskägg som gömdes i trädgården (hönsägg och chokladägg). Skriv följande utsagor på symbolisk logisk form och illustrera med hjälp av Venn diagram.
   - Alla gröna ägg är hönsägg.
   - Inga hönsägg har gått sönder.
   - Alla röda ägg är sönder.

   Vad kan du dra för slutsatser? (6p)

2. Fyra kast görs med en tärning.
   (a) Hur många kastserier är möjliga?
   (b) Hur många av dessa innehåller minst en sexa?
   (c) Är det fördelaktigt att slå vad att minst en sexa kommer upp? (6p)

3. Visa att det för alla naturliga talen n gäller att (6p)
$$\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

4. Låt p vara ett primtal större än 3. Visa att $24 | p^2 - 1$ (6p)

5. Hitta den minsta multipeln av 9 som har rest 1 modulo 2, modulo 5 och modulo 11. (6p)

6. Ge ett exempel på en ekvivalensrelation på mängden av heltalen. Bevisa att det är en ekvivalensrelation och ange ekvivalensklasser

   Ge två exempel på partiella ordningar, varav en total ordning. Bevisa egenskaperna och ange minsta, största, minimala och maximala element. (7p)

7. En Hamiltoncykel i en graf är en cykel som passerar varje nod exakt en gång.

   Hur många olika Hamiltoncykler finns i den fullständiga grafen med n noder?

   Visa att den fullständiga bipartita grafen $K_{m,n}$ har en Hamiltoncykel om och endast om $m = n$ (6p)

8. Räkna ut $n!$ och $\varphi(n!)$ för $n = 2, 3, 4, 5, 6$.

   Vad kan du säga om $\mathrm{SGD}(n!, n+1)$?

   När är $\varphi((n+1)!) = n\varphi(n!)$?

   (7p)