INGA LÖSNINGAR ERHÅLLNA!

MATEMATIK, CHALMERS

Omtentamen Diskret Matematik – IT, TMV200, HT10, Laura Fainsilber den 16 augusti 2011 kl.14-18

Hjälpmedel: inga hjälpmedel. Telefonvakt: Martin Berglund, tel.0703-088304
Förklara i detalj hur du resonerar och räknar.
Poäng ges inte för bara svaren, utan för kvalité och fullständig förklaring av lösningarna.

1. På hur många sätt kan du välja tre olika heltal i $\{1, 2, 3, 4, \ldots, 50\}$ vars summa är jämn? Kan du relatera ditt svar till antalet sätt att välja om man inte kräver att summan är jämn? (6p)

2. Visa att det för varje positivt heltal n gäller att (6p)

$$1 + 4 + 7 + 10 + \cdots + (3n - 2) = \frac{n(3n - 1)}{2}$$

3. Lös den diofantiska ekvationen $42x + 25y = 15$. Ange alla lösningar. (6p)

4. Låt $x_n = 2^{2n} - 1$ där $n \geq 1$. (6p)

   Räkna ut x_1, x_2, x_3 och ställ upp en hypotes om delbarhet av x_n.

   Bevisa din hypotes.

5. Ge tre exempel på relationer, rita gärna relationsgrafen om det passar: (7p)

   (a) en ekvivalensrelation (ange även ekvivalensklasser),

   (b) en partiell ordning (ange eventuella minimala, maximala, minst och störst element, och huruvida relationen är en total ordning),

   (c) en relation som är varken ekvivalensrelation eller partiell ordning.

6. För varje tom ruta i tabellen, ange sanningsvärdet för kolumnens påstående, i radens universum, med en kort förklaring. (6p)

	$\forall x : \exists y : y < x$	$\exists x : \forall y : x \leq y$	$\forall x : \forall y : (x < y) \Rightarrow (\exists z : x < z < y)$
$\mathbf{R}_+$			
$\mathbf{Z}$			
$\mathbf{N}$			

7. Visa med induktion att $2^n > n^2$ för varje naturligt tal $n \geq 5$. (6p)

8. Låt p vara ett primtal.

   (a) Visa att $p | \binom{p}{k}$ för varje k sådan att $1 \leq k < p$ (7p)

   (b) För a och b heltal, visa att $(a + b)^p \equiv a^p + b^p \pmod{p}$

Lycka till!

Laura