

**Tentamen Diskret Matematik – IT, TMV200, HT07, Laura Fainsilber  
den 19 augusti 2008, eftermiddagen**

hjälpmedel: Inga hjälpmedel

Telefonvakt: Mikael Persson, tel.0762-721860

Förklara i detalj hur du resonerar och räknar.

Poäng ges inte för bara svaren, utan för fullständig förklaring av lösningarna.

1. Visa med induktion att det för alla naturliga talen  $n$  gäller att (6p)

$$\sum_{k=0}^n (2k + 1) = (n + 1)^2$$

2. Hur många kanter finns i en fullständig graf  $K_n$  med  $n$  noder? I en fullständig bipartit graf  $K_{n,m}$ ? Hur ser grannmatrisen ut för dessa grafer? (6p)

3. Hitta alla lösningar till den diofantiska ekvationen

$$21x + 75y = 36$$

Ange, om det är möjligt, en lösning där både  $x$  och  $y$  är positiva. (6p)

4. Vad säger följande påståendet om positiva heltal?

$$\forall a : \forall b : \forall c : a|bc \Rightarrow (a|b \vee a|c)$$

Stämmer det? Ge ett bevis eller ett motexempel med kommentar. (7p)

5. Glasskiosken på kombinatorikgatan skryter med minst 150 olika glassar. Man kan välja en, två eller tre kulor, och eventuellt lägga till strössel eller kolasås. Hur många olika glasssmak måste kiosken ha i disken? (Glöm inte att förklara hur du tänker!) (6p)

6. För varje tom ruta i tabellen, ange sanningsvärdet för kolumnens påstående, i radens universum, med en kort förklaring. (6p)

	$\forall x : \exists y : (x = 0 \vee xy = 5)$	$\exists x : \forall y : (y = 0 \vee xy \geq 5)$	$\forall x : \forall y : (x = 0 \vee \exists z : y = xz)$
<b>N</b>			
<b>R</b>			
<b>Z</b>			

7. Beskriv två olika exempel på ekvivalensrelation och två olika exempel på partiell ordning (en total ordning och en som inte är total) på mängden av heltalen.

Ange ekvivalensklasserna, minsta, största, minimala och maximala element där det är lämpligt. (6p)

8.
  - Hur många funktioner finns från  $\mathbf{Z}_8 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  till  $\mathbf{Z}_4 = \{0, 1, 2, 3\}$ ?
  - Hur många är injektiva? Surjektiva? Bijektiva?
  - Hur många avbildar inverterbara element till inverterbara element och noll-delare till noll-delare? (7p)

**Lycka till!**

