

Matematik Chalmers
Tentamen Diskret Matematik – IT,
TMV200, Laura Fainsilber
den 21 augusti 2007, kl. 14.00 – 18.00
hjälpmedel: Inga hjälpmedel
Telefonvakt: Elin Götmark, tel. 0762-721860

Förklara i detalj hur du resonerar och räknar. Poäng ges inte bara för svaren, utan för fullständig förklaring av lösningarna.

1. Betrakta mängden av alla båtar i Västköpings hamn. Skriv följande utsagor på symbolisk logisk form och illustrera med hjälp av Venn diagram.

- Alla segelbåtar är vackra.
- Alla vackra båtar är gamla.
- Det finns inga gamla motorbåtar.

Vad kan du dra för slutsatser? (6p)

2. Visa att det finns oändligt många primtal. (6p)

3. Visa att det för alla positiva heltal n gäller att

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1}$$

(6p)

4. Betrakta ett träd med fler än en nod. Visa att minst 2 noder i trädet har gradtal 1. Rita några exempel på träd som illustrerar ditt argument. (6p)

5. Om du läser en rad i Pascals triangel som om det vore ett enda tal, så ser de första raderna ut som potenser av 11. Kan du förklara varför? Kan du förklara vad som händer för raderna längre ner? (6p)

6. Din kvarterspizzeria skryter med fler än 200 olika pizzor. Man kan välja en eller fler fyllnings ingredienser. Hur många olika ingredienser måste pizzabagaren ha tillgång till? (Glöm inte att förklara hur du tänker!) (6p)

7. Ge ett exempel på en ekvivalensrelation på mängden av heltalen. Bevisa att det är en ekvivalensrelation och ange ekvivalensklasser

Ge två exempel på partiella ordningar, varav en total ordning. Bevisa egenskaperna och ange minsta, största, minimala och maximala element. (7p)

8. För vilka heltal n gäller att

$$21|n^8 - 7n^5 + 6n^3 + 4?$$

(7p)

