

Matematik Chalmers
Tentamen Diskret Matematik – IT, TMV200, HT07, Laura Fainsilber
den 29 mars 2008, kl. 8.30–12.30

hjälpmedel: Inga hjälpmedel. Telefonvakt: Magnus Gofeng, tel.0762-721860

Förklara i detalj hur du resonerar och räknar. Poäng ges inte för bara svaren, utan för fullständig förklaring av lösningarna.

1. Betrakta mängden av alla barn i Göteborg. Skriv följande utsagor på symbolisk logisk form och illustrera med hjälp av Venn diagram.

- Vissa barn tycker om att åka pulka.
- Barn som gillar att åka pulka gillar snö.
- Vissa barn gillar snö men inte pulkaåkning.
- Alla barn som gillar snö blir blöta.

Vad kan du dra för slutsatser? (6p)

2. Bevisa, för alla positiva heltal n , att (6p)

$$\sum_{k=1}^n (k+1)(k-1) = \frac{n(n-1)(2n+5)}{6}$$

3. Visa att i varje graf finns ett jämnt antal noder med udda gradtal. Illustrera de olika möjligheterna med grafer med 5 noder. (6p)

4. Lös systemet av kongruenser: (6p)

$$\begin{cases} x \equiv 7 \pmod{13} \\ x \equiv 3 \pmod{11} \end{cases}$$

5. Ge tre exempel på kombinatoriska frågor med svar 120, med lösningar. Beräkningarna för de olika exempel skall vara olika. Poäng ges för korrekthet och kvalite! (7p)

6.
 - Hur många funktioner finns från mängden $\mathbf{Z}_6 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ till sig själv?
 - Hur många är injektiva? Surjektiva? Bijektiva?
 - Hur många avbildar inverterbara element till inverterbara element och noll-delare till noll-delare? (6p)

7. Låt R vara en partiell ordning. Ange definitionen av minimal-, maximal-, minsta och största element för R i symbolisk logisk form.

Kan du hitta ett exempel på en partiell ordning som har minimalt och maximalt element, men inga minsta eller största element? (6p)

8. Ett positivt heltal n kan på flera sätt skrivas som summa av positiva heltal. Att avgöra på hur många sätt är ett svårt problem i allmänhet. Det blir lätt om man inte tar hänsyn till att addition är kommutativ, dvs. man betraktar exempelvis $2 + 1 + 2$ och $1 + 2 + 2$ som olika framställningar av 5. Lös det lätta problemet för allmänt n och det svåra för $n = 6$. (7p)

Lycka till!

